

# Der gekrümmte Raum und die gekrümmte Raumzeit

*F. Herrmann und M. Pohlig, Karlsruher Institut für Technologie*



[www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de](http://www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de)

[www.kpk-akademie.de](http://www.kpk-akademie.de)

1. Raumzeit

2. Gekrümmte Raumzeit

3. Raumzeit - Raum und Zeit

4. Krümmung des Raums in der Umgebung eines Himmelskörpers

# 1. Raumzeit

Minkowski: *Von Stund' an sollen Raum für sich und Zeit für sich völlig zu Schatten herabsinken und nur noch eine Art Union der beiden soll Selbständigkeit bewahren.*

So, wie  $x$ ,  $y$  und  $z$  zusammengehören, gehören von jetzt an  $x$ ,  $y$ ,  $z$  und  $t$  zusammen.

Raum, Zeit → Raumzeit

Es entstehen neue physikalische Größen.

# 1. Raumzeit

## Raum

$(x_1, x_2, x_3)$  Vektoren

$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$  (Euklidische Metrik)

$(x, y, z)$  Ort

$dx^2 + dy^2 + dz^2$

$(p_x, p_y, p_z)$  Impuls

$p_x^2 + p_y^2 + p_z^2$

$\frac{\partial \rho_x}{\partial t} + \text{div} j_x = 0$

## Raumzeit

$(x_0, x_1, x_2, x_3)$  Vierervektoren

$x_0^2 - (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)$  (Minkowski-Metrik)

$(ct, x, y, z)$  Raumzeitpunkt

$ds^2 = c^2 dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2) = c^2 d\tau^2$  Eigenzeit

$(E/c, p_x, p_y, p_z)$  Viererimpuls

$E^2 - c^2(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) = E_0^2$  Ruhenergie

$\text{div} J_x = 0$

.....

# 1. Raumzeit

$(ct, x, y, z)$  Raumzeitpunkt

$$ds^2 = c^2 dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2) = c^2 d\tau^2 \quad \text{Eigenzeit}$$

$(E/c, p_x, p_y, p_z)$  Viererimpuls

$$E^2 - c^2(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) = E_0^2 \quad \text{Ruhenergie}$$

$$\text{div} J_x = 0$$

Nichts bewegt sich

Es gibt keine Ströme

1. Raumzeit

2. Gekrümmte Raumzeit

3. Raumzeit - Raum und Zeit

4. Krümmung des Raums in der Umgebung eines Himmelskörpers

## 2. Gekrümmte Raumzeit

Nichts bewegt sich

Es gibt keine Ströme

$$ds^2 = c^2 dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2)$$

$$ds^2 = \sum g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

Es gibt keine Gravitationskräfte

Es gibt keine Impulsströme

Es gibt keine Energiedichte des Gravitationsfeldes

Kaum etwas, was ein Schüler über die Mechanik gelernt hat überlebt in der geometrischen Fassung der ART

## 2. Gekrümmte Raumzeit

### Lösungen der Einsteinschen Feldgleichungen

Schwarzschild

beschreibt Raumzeit für einen kugelförmigen, nicht geladenen, nicht rotierenden Körper

Friedmann

beschreibt Raumzeit für den expandierenden Kosmos.

Raum und Zeit sind so gekoppelt, dass man die Krümmung des Ortsraums allein diskutieren kann.



1. Raumzeit

2. Gekrümmte Raumzeit

3. Raumzeit - Raum und Zeit

4. Krümmung des Raums in der Umgebung eines Himmelskörpers

### 3. Raumzeit - Raum und Zeit

Raumzeit

Krümmung der Raumzeit unanschaulich

keine Gravitation

Raum und Zeit

Krümmung des Raums anschaulich

Es gibt Gravitation

1. Raumzeit

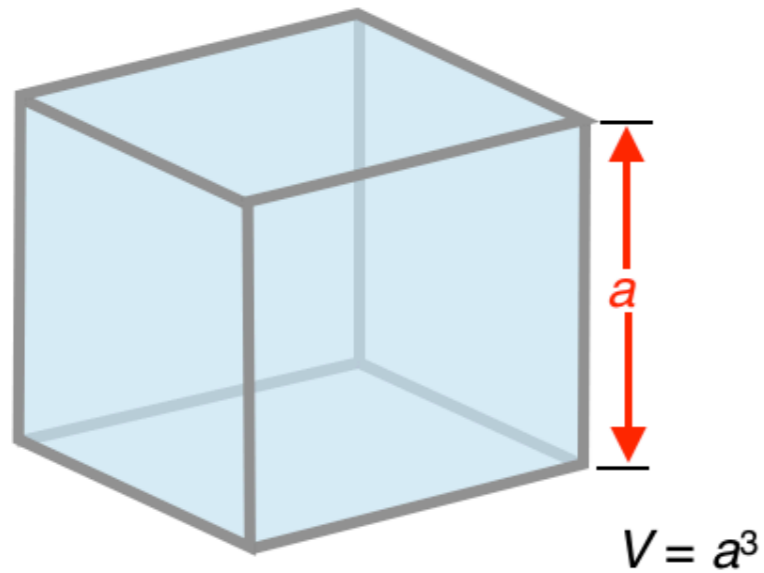
2. Gekrümmte Raumzeit

3. Raumzeit - Raum und Zeit

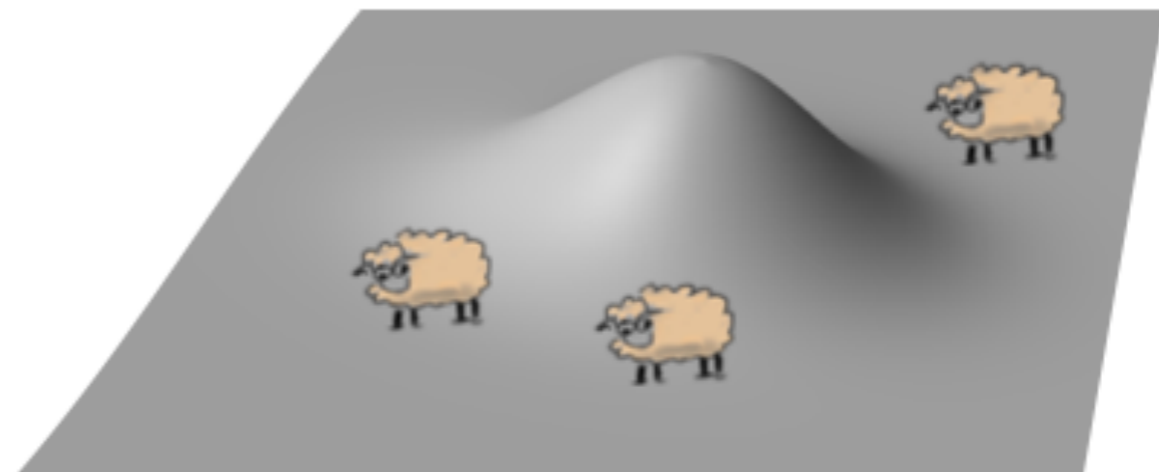
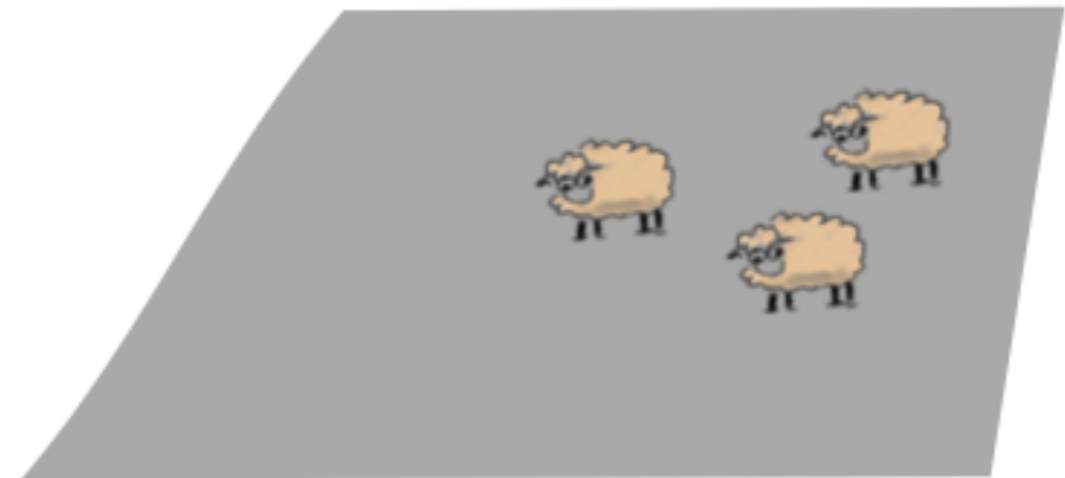
4. Krümmung des Raums in der Umgebung eines Himmelskörpers

## 4. Krümmung des Raums in der Umgebung eines Himmelskörpers

Der Raum wird durch Energie/Masse gekrümmt.



Das Volumen eines Raumbereichs wird durch Energie/Masse vergrößert.



## 4. Krümmung des Raums in der Umgebung eines Himmelskörpers

*schnell vorbeifliegende Objekte*

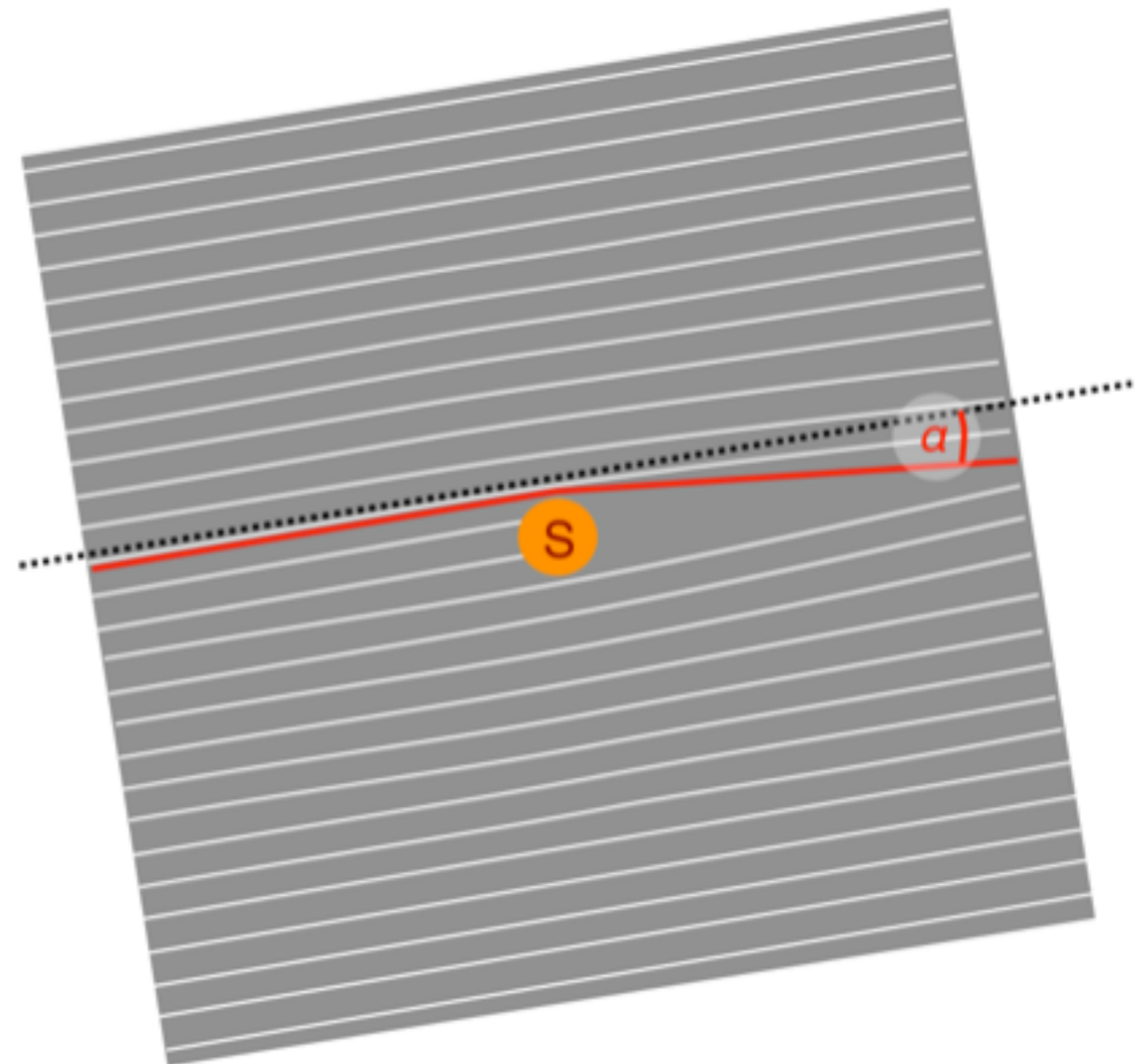
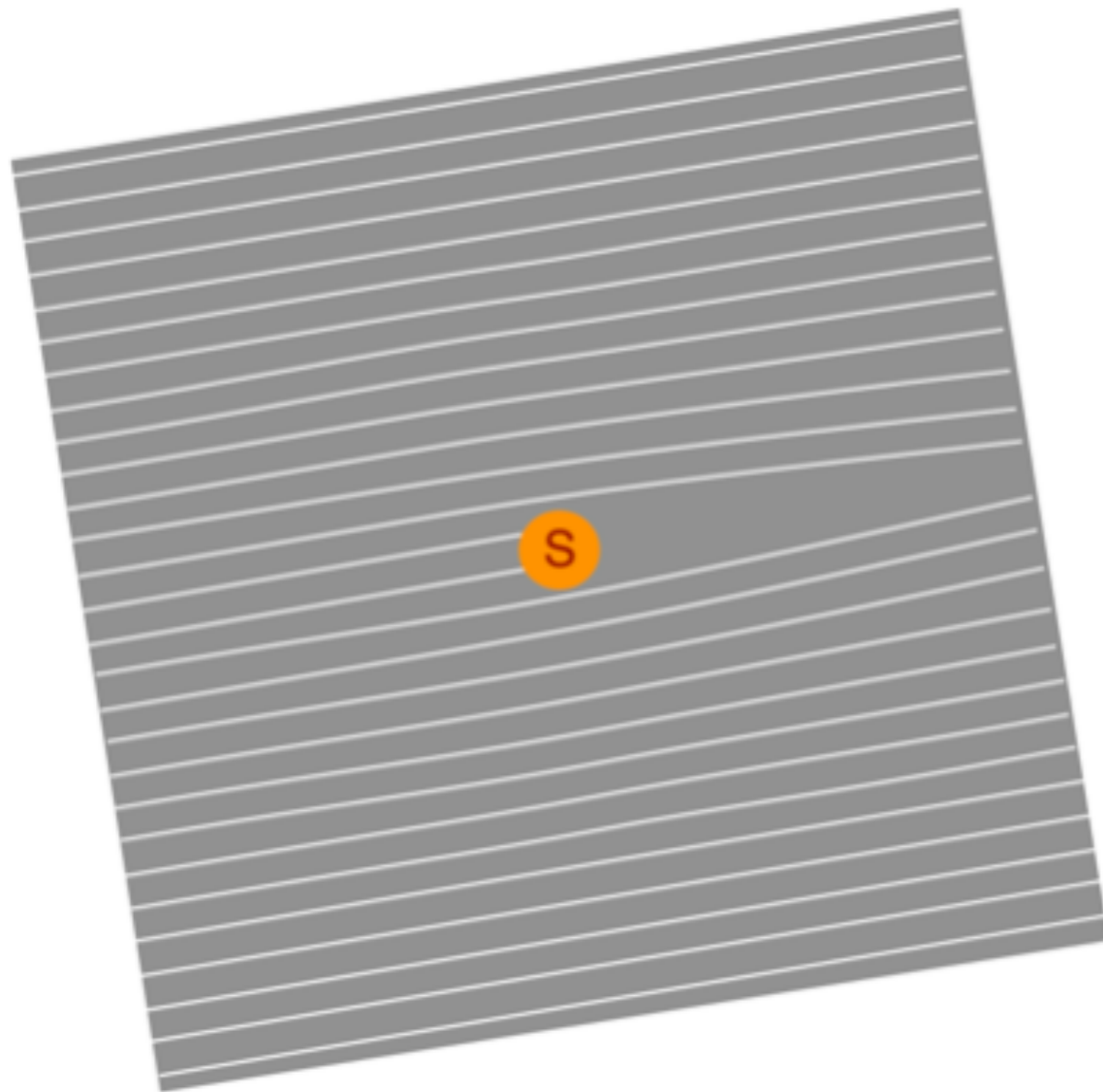
wenn der Raum flach wäre

$$\alpha = 2 \frac{G}{c^2} \cdot \frac{m}{r}$$

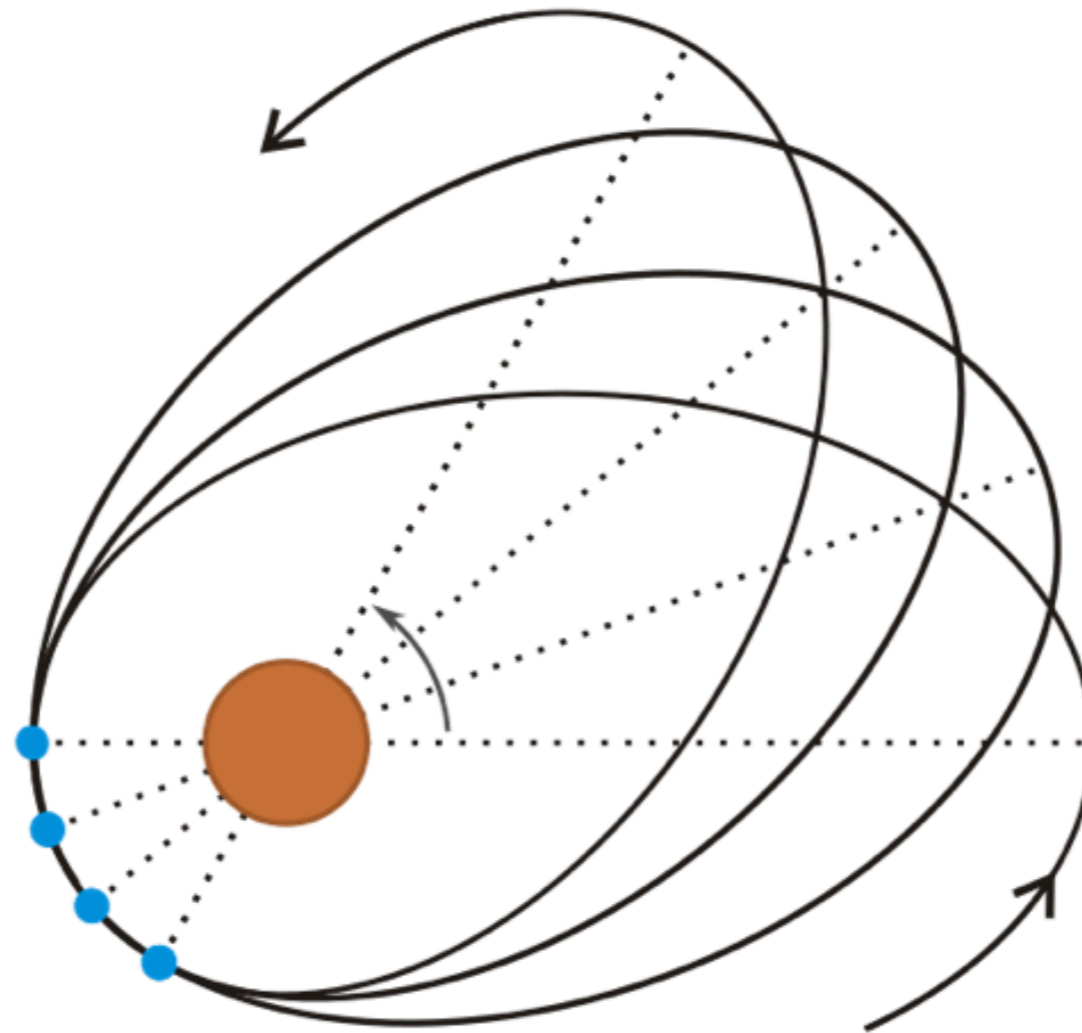
⇒

im gekrümmten Raum

$$\alpha = 4 \frac{G}{c^2} \cdot \frac{m}{r}$$



## 4. Krümmung des Raums in der Umgebung eines Himmelskörpers



# Ende