

Der Geodynamo

T. Vorbach u. F. Herrmann

1 Einleitung

Das magnetische Feld der Erde wirkt im Vergleich zu anderen Naturerscheinungen unscheinbar. Auch im Vergleich mit technisch erzeugten Magnetfeldern kommt es nicht gut weg: Mit technischen Magneten erreicht man um fünf Zehnerpotenzen größere Feldstärken.

Interessant ist das Erdfeld vor allem deshalb, weil es zu einer Spezies gehört, die im Kosmos weit verbreitet ist: Nicht nur die Erde und andere Planeten, sondern auch Sterne und Galaxien haben Magnetfelder. Manche haben so große Feldstärken, dass sie auch die stärksten Laborfelder in den Schatten stellen. So ist das magnetische Feld eines Neutronensterns so intensiv, dass ein Liter davon etwa 1 kg wiegt. Der Entstehungsmechanismus ist bei allen diesen Feldern im Wesentlichen derselbe. Wir erklären ihn am Beispiel des Magnetfeldes der Erde. Da die „Maschine“, die das Erdfeld erzeugt, einem selbsterregten Dynamo ähnlich ist, nennt man sie den *Geodynamo*.

Wir beschränken uns darauf, die Grundprinzipien des Geodynamos zu erklären, also das, womit sich ein Nichtspezialist wahrscheinlich zufrieden geben wird. Wer an weitergehenden Fragen interessiert ist, dem empfehlen wir etwa den kürzlich im *Physikjournal* erschienenen Artikel „Der Geodynamo“ [1] oder das Lehrbuch „The Magnetic Field of the Earth“ [2].

2 Der Sitz des Geodynamos

Abb. 1 zeigt den Aufbau der Erde. Der Kern, der einen Radius von 3480 km hat, besteht im Wesentlichen aus Eisen und ist elektrisch leitfähig. (Die Leitfähigkeit ist etwa 1/10 von der des Eisens unter normalen Bedingungen.) Der Mantel besteht aus einem Gestein, dessen elektrische Leitfähigkeit um etwa fünf Zehnerpotenzen kleiner ist. Wir können ihn als Nichtleiter betrachten. Der innere Kern mit einem Radius von 1210 km ist fest, der *äußere* Kern flüssig. Die Viskosität des Eisens im äußeren Kern ist nicht sehr verschieden von der des flüssigen Eisens an der Erdoberfläche. Die Viskosität des Mantels dagegen ist so hoch, dass wir ihn als fest betrachten können. Die Temperatur nimmt in Kern und Mantel von innen nach außen ab. Im Zentrum der Erde beträgt sie etwa 6000 K, an der Oberfläche des Kerns etwas über 4000 K. Es ist im Innern der Erde also hell. Da von innen nach außen ein Wärmetransport stattfindet, kühlt sich die Erde langsam ab. Dieser Abkühlungsvorgang hat aber eine Dauer, die mit dem Alter des Universums vergleichbar ist. Wir können daher ein zeitlich konstantes Temperaturgefälle von innen nach außen annehmen¹⁾).

¹⁾ Das Temperaturgefälle ist derselben Natur wie das in der Erdatmosphäre: Es ist das natürliche Temperaturgefälle eines gut durchmischten Fluids im Gravitationsfeld. Siehe auch [3].

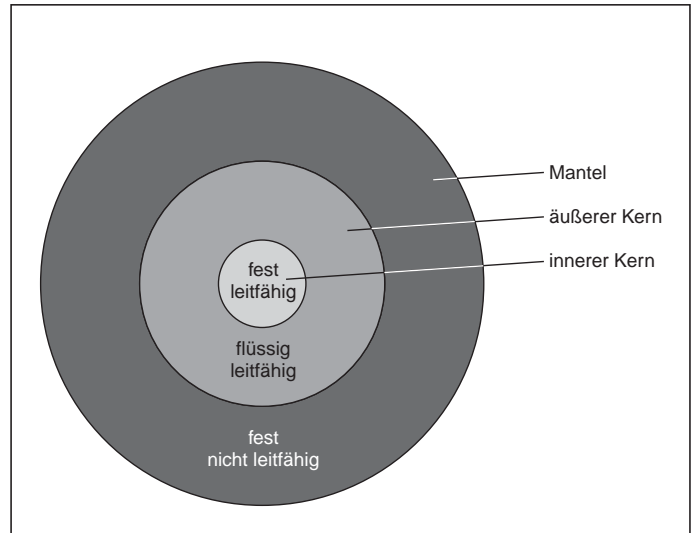


Abb. 1: Der Aufbau der Erde. Der äußere Kern erfüllt die Bedingungen für das Auftreten des Dynamoeffekts: Er ist flüssig und elektrisch leitfähig.

In dem uns interessierenden Bereich, nämlich im äußeren Kern (aber nicht nur dort), geschieht der Wärmetransport durch eine Konvektionsbewegung: Das flüssige Metall bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von einigen km/a. (Im Vergleich zu anderen „geologischen“ Geschwindigkeiten, etwa der der Kontinentalplatten, ist diese Geschwindigkeit recht hoch.) Diese Konvektionsströmung ist nun aber nicht einfach ein auf und ab. Auf Grund der Drehung der Erde kommt es zu einer Erscheinung, die wir von den Luftströmungen in der Atmosphäre her kennen: Es bilden sich zusätzliche Drehbewegungen aus. Insgesamt beobachtet man also schraubenförmige Bewegungen, schematisch dargestellt in Abb. 2.

Wir werden sehen, dass ein „Dynamoeffekt“ von selbst zustande kommt, wenn die folgenden Voraussetzungen erfüllt sind:

1. Man braucht eine elektrisch leitfähige Flüssigkeit mit einem hinreichend großen Volumen.
2. Die Flüssigkeit muss hinreichend schnell und unregelmäßig bewegt werden.

Diese Bedingungen sind im äußeren Kern erfüllt. Hier ist also der Sitz des Geodynamos.

- Der Sitz des Geodynamos ist der äußere Erdkern.

3 Die Gestalt des Feldes

Dort wo man das Feld beobachten kann, nämlich außerhalb der Erde, stellt es sich näherungsweise als Dipolfeld dar, ähnlich dem Feld eines Stabmagneten oder einer zylindrischen Spule. Wenn man es in nach menschlichen Maßstäben kurzen Zeitintervallen untersucht, so bekommt man auch den Eindruck, das Feld sei zeitlich konstant.

Aber der Schein trügt. Erstens ist seine räumliche Verteilung viel komplizierter als die eines Dipolfeldes, und zweitens ist es in ständiger zeitlicher Änderung begriffen.

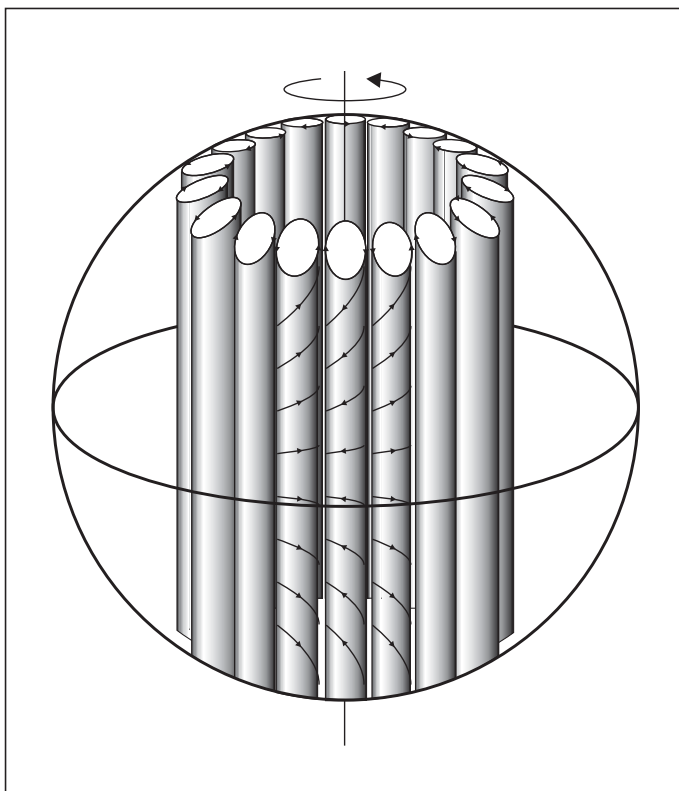
3.1 Die räumliche Verteilung des Feldes

Abb. 3 zeigt ein berechnetes Feld, und zwar nicht nur für den Bereich außerhalb der Erde, sondern auch innerhalb [4, 5]. Wie man sieht, ist es sehr unregelmäßig und verschlungen. Es ist also nicht einfach ein Dipolfeld. Das Dipolfeld, das wir hier draußen an der Erdoberfläche beobachten, ist gewissermaßen nur die „Spitze des Eisberges“. Entsprechend verschlungen sind auch die elektrischen Ströme, die das Feld erzeugen.

3.2 Die zeitliche Entwicklung

Um den Ablauf einer chemischen Reaktion auf der molekularen Ebene zeitlich aufzulösen, muss man ihn auf einer sehr kleinen Zeitskala, d. h. in „Zeitlupe“ darstellen. (Zur Untersuchung benutzt man Laserblitze mit einer Dauer von einigen Femtosekunden.) Um langsam ablaufende Vorgänge wahrnehmbar zu machen, muss die Zeit „gestaucht“ werden, der Vorgang muss in „Zeitraffer“ dargestellt werden. So entspricht die kurze Sequenz von Satellitenbildern, die uns die Entwicklung eines Regengebietes im Wetterbericht des Fernsehens zeigt, einem Zeitintervall von einigen Stunden. In kürzeren Zeitintervallen passiert nichts wesentliches. Wollte man die Plattentektonik, d. h. die Bewegung der Erdkruste sichtbar machen, so müsste man die Zeitskala um einen noch viel größeren Faktor stauchen. Deutliche Änderungen bemerkt man hier erst im Abstand von Millionen von Jahren. Es gibt also für jede Erscheinung, die eine Zeitentwicklung aufweist, eine geeignete Zeitskala. Das gilt auch für das magnetische Feld der Erde.

Abb. 2: Die Konvektionsbewegung des flüssigen Eisens im äußeren Kern erfolgt auf Schraubenbahnen, deren Achsen parallel zur Erdachse liegen.



Um die zeitliche Entwicklung des Erdfeldes wahrzunehmen, müsste man es über einige hunderttausend Jahre beobachten. Für eine Filmsequenz wäre etwa ein Bild pro 100 Jahre angebracht. Die Teilbilder des gerechneten Feldes von Abb. 4 (siehe letzte Umschlagseite) entsprechen einem zeitlichen Abstand von jeweils 60 Jahren [4]. Die Bildsequenz zeigt das Umklappen der Dipolachse, ein Ereignis, das etwa alle 500 000 Jahre eintritt.

- *Das magnetische Feld der Erde hat eine verwickelte räumliche Struktur, und es ändert sich mit der Zeit.*
- *Die kleinsten räumlichen Strukturen haben eine Größe etwa 50 km, zeitliche Änderungen beobachtet man auf einer Skala von etwa 100 Jahren.*

4 Die Frage

Wer sich für das magnetische Feld der Erde interessiert, mag zunächst danach fragen, durch welchen Vorgang innerhalb der Erde ein zeitlich konstantes Dipolfeld entstehen könnte. Wir haben gerade gesehen, dass diese Frage die Sache nicht trifft, denn das Feld ist nicht zeitlich konstant, und es ist kein Dipolfeld.

Wir werden aber auch nicht nach einer Beschreibung suchen, die uns in die Lage versetzen würde, Feldverteilungen wie die der Abb. 3 oder 4 zu berechnen. Das wäre so, als suchte man eine Erklärung dafür, dass es gerade jetzt in Schleswig-Holstein regnet oder dass Südamerika in diesem Jahr an den Folgen von El Niño leidet. Wenn wir die Physik des Wettergeschehens verstehen wollen, so befassen wir uns mit den Gesetzen, die den Wärmetransport in der Atmosphäre bestimmen, nach dem Entstehungsmechanismus von Windsystemen oder nach den Auswirkungen von Verdunstung und Kondensation des Wassers. Entsprechend fragen wir im Zusammenhang mit dem magnetischen Feld der Erde

1. nach dem Mechanismus, durch den magnetische Felder in bewegten, flüssigen elektrischen Leitern entstehen,
2. nach dem Grund dafür, dass trotz einfacher Randbedingungen komplizierte räumliche Verteilungen entstehen und
3. nach dem Grund dafür, dass sich die Felder mit der Zeit verändern.

Die konkrete Berechnung der Ströme und der Felder ist die Aufgabe von Spezialisten. Sie simulieren die Feldentwicklung mit leistungsfähigen Rechnern, ähnlich wie die Spezialisten der Meteorologie die Entwicklung der Atmosphäre simulieren²⁾.

5 Der Entstehungsmechanismus des magnetischen Feldes

Wir hatten gesagt, dass der Geodynamo im Prinzip wie ein

²⁾ In manchen Schulbüchern findet man die Bemerkung, die Ursachen der Entstehung des magnetischen Feldes der Erde seien noch nicht geklärt. Eine solche Bemerkung wird dem Stand der Erkenntnisse nicht gerecht. Es ist richtig, dass man die gegenwärtige Verteilung und die zeitliche Entwicklung des Feldes noch nicht eindeutig berechnen kann. Dafür gibt es zwei Gründe: Erstens sind die verwendeten mathematischen Modelle noch nicht fein genug, und zweitens kennt man die Anfangs- und Randbedingungen längst nicht so genau, wie etwa die der Erdatmosphäre. Das bedeutet aber nicht, dass Zweifel über die prinzipielle Natur des Entstehungsmechanismus bestünden.

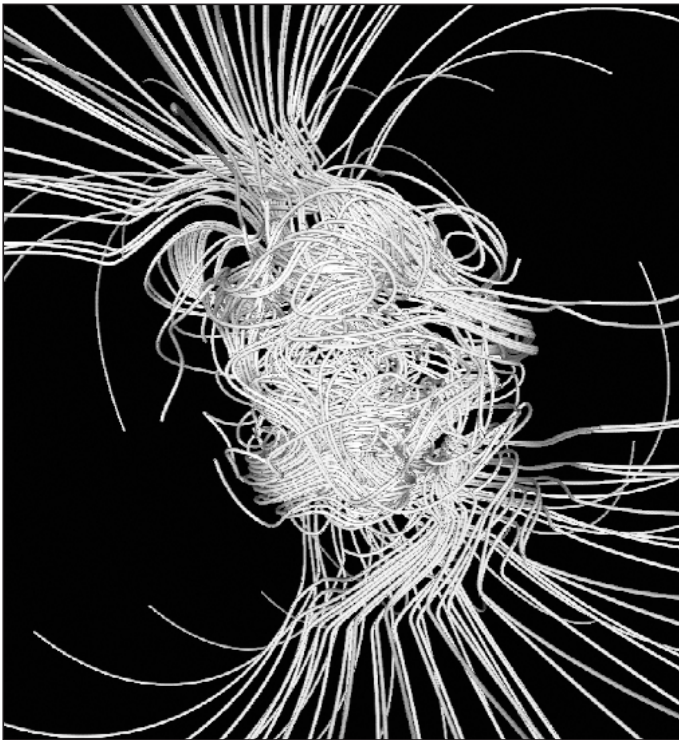


Abb. 3: Gerechnetes magnetisches Feld [4, 5]. Es ist im Erdkern unregelmäßig und verschlungen.

selbsterregter technischer Dynamo funktioniert. Wir wollen daher die Funktionsweise des Dynamos kurz in Erinnerung bringen. Der Stator ist ein Elektromagnet. In der Rotorspule, die sich im Feld des Stators bewegt, wird ein Strom induziert. Dieser selbe Strom wird durch die Statorspule geleitet, damit sie zum Elektromagneten wird. Der selbsterregte Dynamo hat einige Eigenschaften, die wir auch beim Geodynamo antreffen, und die wir hier schon herausstellen wollen.

1. Damit der selbsterregte Dynamo starten kann, muss der Stator zunächst aus einer anderen Quelle versorgt werden, denn so lange im Stator kein Strom fließt, wird im Rotor auch kein Strom induziert.
2. Wenn der Dynamo zu langsam läuft, kann er wieder „erlöschen“.
3. Wenn der Rotor hinreichend schnell läuft, genügt ein beliebig kleines magnetisches Feld, um den Dynamoeffekt zu starten. Je schneller der Dynamo läuft, desto instabiler wird der stromlose Zustand.

Beim Dynamo ist die Bewegung der elektrischen Leiter genau vorgegeben, ebenso wie der Weg des elektrischen Stroms. Die Erde erreicht nun dasselbe Ergebnis, obwohl sich bei ihr die Leiter anscheinend völlig planlos bewegen und obwohl dem elektrischen Strom keinerlei Wege vorgegeben sind. Um zu verstehen, wie sie dieses Wunder vollbringt, müssen wir zunächst einen Fall diskutieren, in dem kein Dynamoeffekt auftritt, und wir müssen verstehen warum er nicht auftritt.

Wir haben es im Folgenden mit verschiedenen magnetischen Feldern zu tun. Wir bezeichnen sie mit B_0 , B_1 , usw. Wir benutzen zur Kennzeichnung des Gebildes „Feld“ also denselben Buchstaben (nur ohne Vektorpfeil) wie für die physikalische Größe, mit der wir das Feld beschreiben, nämlich die magnetische Induktion \vec{B} . Entsprechend bezeichnen wir elektrische Ströme mit j , (dem Symbol der Stromdichte) und Bewegungen mit v (dem Symbol der Geschwindigkeit).

5.1 Wie es nicht geht

Um überhaupt einen Dynamoeffekt zu bekommen, müssen wir annehmen, dass am Anfang ein magnetisches Feld vorhanden ist. Wir nennen es B_0 . Wir hoffen, durch eine geeignete Bewegung der elektrischen Leiter, daraus ein neues magnetisches Feld zu machen, sodass wir später B_0 abschalten können und der Induktionsvorgang trotzdem weiterläuft. Woher dieses Anfangsfeld kommt, werden wir in Abschnitt 7 diskutieren. Zunächst sei es vorhanden, wie „vom Himmel gefallen“.

Wir bewegen nun in diesem Anfangsfeld unsere elektrisch leitende Flüssigkeit, und zwar quer zur Richtung des Feldstärkevektors \vec{B} , Abb. 5 (siehe letzte Umschlagseite, schwarze Pfeile stellen Bewegungen dar, die roten schlauchartigen Gebilde stehen für den magnetischen Fluss und blaue Pfeile für den elektrischen Strom.) Die Richtung des dabei induzierten elektrischen Stroms ist nach der Dreifingerregel orthogonal zu \vec{B}_0 und zur Geschwindigkeit. Der induzierte Strom verursacht nun selbst wieder ein magnetisches Feld B_1 . Welche Auswirkungen hat die Bewegung der Flüssigkeit in diesem Feld B_1 ? Oberhalb von j_1 entsteht ein Strom j_a , der in die selbe Richtung fließt wie j_1 , und unterhalb ein Strom j_b , der in die entgegengesetzte Richtung fließt. Das Resultat aller drei Ströme j_1 , j_a und j_b zusammen ist ein gegen j_1 nach oben versetzter Strom. Die Flüssigkeit versucht also, den Strom j_1 mitzunehmen. Das gelingt ihr um so besser, je größer die elektrische Leitfähigkeit ist. Im Idealfall eines perfekten Leiters wäre der Mitnahmeeffekt vollständig: Das Feld wäre wie in der Flüssigkeit eingefroren. Was passiert nun, wenn wir B_0 abschalten? Der angeworfene Strom wird von der Flüssigkeit etwas mitgenommen (unsere Flüssigkeit ist kein perfekter Leiter), und gleichzeitig klingt der Strom ab. Ein Dynamoeffekt ist nicht vorhanden. Der Grund dafür: Die Bewegung ist zu einfach.

5.2 Wie es gehen könnte

Der Dynamoeffekt kann auftreten, wenn zu der ersten, translativen Bewegung eine zweite, unabhängige Bewegung hinzukommt: Eine Rotation um die Richtung der Translationsgeschwindigkeit³⁾. Das Resultat ist also eine schraubenförmige Bewegung. Wie dabei ein magnetisches Feld entsteht, das immer wieder neue magnetische Felder erzeugt, erklären wir an Hand der Teilbilder von Abb. 6 (siehe beiliegende Folie). Wir betrachten immer nur einen Teil des Problems: zunächst nur die Translationskomponente der Bewegung, später nur die Rotation, danach wieder nur die Translation. Auch die magnetische Induktion und die elektrische Stromdichte zerlegen wir in Gedanken in Komponenten und betrachten jeweils nur eine davon. Das ist zulässig, da sich die verschiedenen Komponenten der Vektorgrößen Geschwindigkeit, magnetische Induktion und elektrische Stromdichte linear addieren und daher nicht gegenseitig beeinflussen. Natürlich bekommen wir dabei nur einen kleinen Anteil der Gesamtlösung des Problems.

Abb. 6a (siehe beiliegende Folie) zeigt das vorgegebene magnetische Feld B_0 , sowie die Translationsbewegung der Flüssigkeit. Diese Bewegung im magnetischen Feld führt dazu, dass ein elektrischer Strom j_1 entsteht, Abb. 6b. Der Übersichtlichkeit halber sind im nächsten Bild (6c) B_0 und die die Translationsbewegung v_{trans} nicht mehr wiederge-

³⁾ Man könnte denken, eine weitere Translationsbewegung in einer anderen Richtung würde ein qualitativ anderes Ergebnis bringen. Das trifft nicht zu, denn die neue Translationsbewegung ergibt zusammen mit der alten wieder nur eine einzige Translationsbewegung im Feld B_0 .

geben. Wir interessieren uns ja im Folgenden nur noch für die Wirkungen des Stroms j_1 . Dieser Strom verursacht nun ein magnetisches Feld, Teilbild 6c. In Abb. 6d ist j_1 nicht mehr dargestellt. Wir betrachten jetzt die Auswirkungen der Drehbewegung der Flüssigkeit im Feld B_1 . In Abb. 6e ist der entstehende elektrische Strom j_2 skizziert. In Teilbild 6f sind B_1 und v_{rot} nicht mehr dargestellt, dafür das von j_2 verursachte magnetische Feld B_2 . In Abb. 6g wurde j_2 weggelassen. Dafür ist jetzt die Translationsbewegung wieder eingezeichnet. Diese führt zu einem neuen Strom j_3 , Teilbild 6h. In Abb. 6i sind B_2 und v_{trans} nicht mehr dargestellt, dafür das von j_3 erzeugte magnetische Feld B_3 . Im Folgenden wird wieder der Einfluss der Rotationsbewegung betrachtet, Abb. 6j und 6k: Es entsteht der Strom j_4 . Das letzte Teilbild zeigt, wie von j_4 das magnetische Feld B_4 erzeugt wird. Die Folge der Ursache-Wirkungs-Schritte ist in Tab. 1 noch einmal zusammengefasst.

Wir haben damit das gewünschte Ergebnis: B_4 hat dieselbe Richtung wie B_0 . Wir brauchen uns jetzt also keine Sorgen mehr darüber machen, dass das ursprüngliche Feld B_0 nach und nach abklingt. Unser „Dynamo“ läuft selbstständig weiter, vorausgesetzt natürlich, die Flüssigkeit bewegt sich schnell genug.

Durch die Darstellung in Abb. 6 mag allerdings ein falscher Eindruck entstanden sein. Es sieht aus, als hätten wir einen stationären Dynamo „konstruiert“. Die Abbildung scheint zu zeigen, wie durch eine Schraubenbewegung das als vorgegeben angenommene Feld B_0 selbst wieder erzeugt wird. Dass unser Modell ein solches Feld erzeugt, ist zwar richtig. Es bedeutet aber keineswegs, dass die Feldkonfiguration stationär ist. Denn wir haben zahlreiche andere Vorgänge außer Acht gelassen. So haben wir in Abb. 6d nur die Rotation, nicht aber die Translation betrachtet. Auch die Translationsbewegung erzeugt mit Hilfe von B_1 Ströme, und diese haben wiederum ihr Feld usw. In Abb. 6g haben wir nur die Auswirkung der Translation betrachtet, nicht aber die der Drehung. Wieder haben wir also Stromkomponenten außer Acht gelassen usw.

Und noch einen weiteren Effekt, der das Feld komplizierter macht, haben wir nicht berücksichtigt: Wir haben angenommen, dass die Strömung fest vorgegeben ist, dass sie der Flüssigkeit von außen aufgezwungen ist. Auch das trifft nicht zu. Die magnetischen Felder wirken auf die Flüssigkeit zurück. Die thermodynamische Antriebsmaschine, d. h. die Konvektion, liefert ja die Energie, die durch die elektrischen Ströme dissipiert wird. Sie wird also, wie ein gewöhnlicher, technischer Dynamo, an den ein Verbraucher angeschlossen ist, gebremst. Dadurch wird aber der Strömungsverlauf der Flüssigkeit verändert.

Tab. 1: Zusammenfassung der Ursache-Wirkungs-Schritte

Bewegung v_{trans} + Magnetfeld B_0 → Strom j_1
Strom j_1 → Magnetfeld B_1
Magnetfeld B_1 + Bewegung v_{rot} → Strom j_2
Strom j_2 → Magnetfeld B_2
Bewegung v_{trans} + Magnetfeld B_2 → Strom j_3
Strom j_3 → Magnetfeld B_3
Magnetfeld B_3 + Bewegung v_{rot} → Strom j_4
Strom j_4 → Magnetfeld B_4

Das tatsächliche Geschehen ist also komplizierter, als es Abb. 6 nahe legt.

Es entstehen verwickeltere Strukturen, und es entsteht sicher kein stationärer Zustand. Was wir betrachtet haben, ist nur ein kleiner Ausschnitt aus dem Gesamtgeschehen. Dieser Beitrag ist aber insofern wichtig für ein Verständnis des Geodynamos, als wir jetzt sehen, dass das Ausgangsfeld B_0 nicht mehr gebraucht wird.

- Damit ein Dynamoeffekt auftritt, muss sich eine elektrisch leitende Flüssigkeit schraubenförmig bewegen.

6 Zeit- und Längenskalen

Wir haben gesehen: Wenn eine elektrisch leitende Flüssigkeit hinreichend unregelmäßig – genauer: schraubenförmig – bewegt wird, so entstehen elektrische Ströme und magnetische Felder. Ein einfaches Experiment, das diesen Effekt zeigt, – so könnte man denken – sieht so aus: Man füllt einen Eimer mit Salzwasser und rührt um, und zwar etwas unregelmäßig. Natürlich entsteht auf diese Art kein elektrischer Strom und kein Magnetfeld. Dass das Experiment nicht gelingt, liegt daran, dass die Werte einiger Parameter, von denen der Effekt abhängt, nicht groß genug sind. Wir fragen im Folgenden danach, welches diese Parameter sind.

6.1 Die Lebensdauer der Ströme im Erdkern

Wir lassen das Problem des Magnetfeldes der Erde einen Augenblick beiseite und betrachten einen RL -Kreis: Die Anschlüsse einer Spule sind mit den Anschlüssen eines Widerstandes verbunden. Wir fragen nach dem Verhalten dieser Anordnung, wenn man sie geometrisch vergrößert: wenn man alle geometrischen Längenmaße mit ein und demselben Faktor k multipliziert.

Ein einmal „angeworfener“ elektrischer Strom klingt bekanntlich exponentiell ab. Die Abklingzeit berechnet sich zu

$$\tau = \frac{L}{R}$$

Wir vergrößern nun den Stromkreis um den Faktor k und erhalten einen neuen Stromkreis, in dem der Strom wieder exponentiell abklingt, mit einer anderen Abklingzeit

$$\tau' = \frac{L'}{R'}$$

Aus dem Widerstand R , der sich berechnet zu

$$R = \rho \frac{\ell}{A}$$

wird beim Vergrößern der Widerstand

$$R' = \rho \frac{\ell'}{A'}$$

Hier ist $\ell' = k \ell$ und $A' = k^2 A$.

Da der vergrößerte Widerstand aus demselben Material bestehen soll, wie der ursprüngliche, wird der spezifische

Widerstand ρ nicht mitskaliert. Es ergibt sich also

$$R' = \frac{R}{k}$$

Vergrößert man auf diese Weise das Bauelement „Widerstand“ um einen Faktor zehn, so verringert sich der Wert von R auf $1/10$.

Entsprechend berechnen wir, wie die Induktivität L skaliert. Aus der Formel für die Induktivität

$$L = \mu_0 n^2 \frac{A}{\ell}$$

folgt

$$L' = k L,$$

d. h. vergrößert man eine Spule um einen Faktor zehn, so vergrößert sich die Induktivität auf das Zehnfache. Für die Abklingzeit erhalten wir damit

$$\tau' = \frac{L'}{R'} = \frac{kL}{\frac{R}{k}} = k^2 \tau.$$

Die Abklingzeit des RL -Kreises wird also mit dem Quadrat des Skalenfaktors größer⁴⁾. Ein Beispiel: Wir gehen aus von einem RL -Kreis in Laborgröße, mit einer Linear-dimension von etwa 0,1 m und einer Abklingzeit von 1 Millisekunde. Es braucht sich dabei gar nicht um eine Spule zu handeln. Jeder geschlossene Stromkreis hat eine Induktivität und einen Widerstand. Wir vergrößern diesen Stromkreis in Gedanken auf 100 km, d. h. um einen Faktor 10^6 . Die Abklingzeit vergrößert sich dabei auf 10^9 Sekunden, oder etwa 300 Jahre. Geschlossene Ströme auf dieser Größenskala bleiben also für Zeiten von der Größenordnung 10 Jahre praktisch konstant. Deutliche Änderungen beobachtet man erst in Zeitintervallen von hundert Jahren.

- *Je größer ein Stromkreis, desto langsamer klingt der Strom ab.*

Wir können dieses Ergebnis auf die elektrischen Ströme des Geodynamos übertragen. Jeder der sich gegenseitig bedingenden elektrischen Ströme hat eine Lebensdauer von Jahrzehnten bis Jahrtausenden, je nachdem, wie groß die entsprechende Stromschleife ist. Wir verstehen jetzt, warum man Veränderungen des magnetischen Feldes der Erde nur auf großen Zeitskalen beobachten kann. Wenn man in Gedanken die Flüssigkeitsbewegung plötzlich anhält, so würden die Ströme noch viele Jahre weiter fließen, und so lange würden auch die magnetischen Felder weiter bestehen.

⁴⁾ Die entsprechende Rechnung für einen RC-Kreis liefert übrigens

$$\tau = R' C' = RC = \tau.$$

In Worten: Ein großer Kondensator entlädt sich über einen großen Widerstand genau so schnell wie ein kleiner Kondensator über einen kleinen Widerstand. (Mit „groß“ ist hier die geometrische Größe gemeint.)

⁵⁾ Die theoretische Behandlung des Problems ergibt $R_m = 1$ als Minimalwert für das Auftreten des Dynamoeffekts. Damit ein solcher Dynamo praktisch sicher läuft, muss R_m aber deutlich größer sein.

6.2 Unter welchen Bedingungen der Dynamo erlischt

Wir haben in Abschnitt 5 erklärt, wie in einer bewegten, elektrisch leitenden Flüssigkeit ein Dynamoeffekt auftreten kann. Auf eines hatten wir dabei aber gar nicht geachtet: Ob die jeweils neu erzeugten Magnetfelder und Ströme nicht immer schwächer sind als die Vorgänger. Das würde nämlich bedeuten, dass der Dynamo „erlischt“. Damit das nicht passiert, müssen einige Bedingungen erfüllt sein.

Eine dieser Bedingungen ist, dass die einzelnen Ströme nicht zu schnell aussterben. Ihre „Abklingzeit“ muss also groß sein. Wie wir gesehen hatten, ist die Abklingzeit τ eines Stromkreises um so größer, je größer seine geometrischen Maße sind. Außerdem ist τ um so größer, je größer die elektrische Leitfähigkeit der Flüssigkeit ist.

Außer von der Abklingzeit der Ströme hängt das Funktionieren des Dynamos natürlich noch von der Geschwindigkeit ab. Genau so wie ein technischer Dynamo, so läuft auch ein Geodynamo nur dann, wenn die Geschwindigkeit der bewegten elektrischen Leiter hinreichend groß ist.

Wir haben also drei Parameter ausgemacht, von denen das Funktionieren des Dynamos abhängt:

1. die geometrische Größe ℓ ,
2. die elektrische Leitfähigkeit σ ,
3. die Geschwindigkeit v der Flüssigkeit.

Eine genauere Betrachtung zeigt, dass diese drei Bedingungen auf die einfachste Art zusammenhängen, die man sich denken kann: Das Produkt aus v , ℓ und σ muss einen bestimmten Minimalwert erreichen. Multipliziert man dieses Produkt noch mit der magnetischen Feldkonstanten μ_0 , so erhält man eine dimensionslose Größe, die *magnetische Reynoldszahl*:

$$R_m = \mu_0 \sigma v \ell$$

Damit der Dynamo laufen kann, muss R_m etwa den Wert 100 erreichen⁵⁾.

Wir können nun zeigen, dass das umgerührte Salzwasser den Dynamoeffekt nicht zeigt.

Wir setzen:

$$\begin{aligned} \sigma &= 1 \Omega^{-1} \text{m}^{-1} \\ v &= 0,5 \text{ m/s} \\ \ell &= 0,2 \text{ m.} \end{aligned}$$

Mit $\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ Vs/(Am)}$ ergibt sich

$$R_m = 10^{-7},$$

also ein Wert, der für einen Dynamoeffekt viel zu klein ist. Etwas realistischer wäre die Vermutung, dass die Bewegung des Wassers der Meere zu einem Dynamoeffekt führt. Eine typische Länge wäre hier vielleicht 100 m. Auch damit bleibt aber die magnetische *Reynoldszahl* noch weit unter dem Minimalwert. Wir brauchen uns also nicht zu wundern, dass wir dem Effekt, außer beim echten Geodynamo, auf der Erde nirgends begegnen. Es scheint zu folgen, dass es aussichtslos ist, einen „Geodynamo“ in einem Labor-experiment nachzubilden. Tatsächlich sind aber solche Experimente gelungen. Die Anlagen sind einige Meter groß und arbeiten mit flüssigem Natrium, das mit Pumpen auf eine Geschwindigkeit von bis zu 20 m/s gebracht wird [6, 7]. Dabei ist dem fließenden Natrium der Weg vorgegeben. Man erreicht eine magnetische *Reynoldszahl* von etwa 10. Wir kommen noch einmal auf die Erklärung des Dynamo-

effekts in Abschnitt 5.2 zurück. Danach scheint es, dass die Komplexität der Feldstärkeverteilung mit der Zeit immer mehr zunehmen sollte. Abb. 3 zeigt nun zwar eine recht komplexe Feldstärkeverteilung. Die kleinsten Strukturen haben aber immer noch Ausdehnungen von etwa 100 km. Auch diese Tatsache können wir nun verstehen: Jede kleinere Struktur, die entstehen würde, ist nicht lebensfähig: Ihre magnetische *Reynoldszahl* wäre zu klein.

Das Einsetzen des *Dynamoeffekts* hängt ab

- von der *Strömungsgeschwindigkeit*
- von der *elektrischen Leitfähigkeit*
- von der *geometrischen Ausdehnung der Ströme*.

7 Das Anfangsfeld B_0

Damit unser Modelldynamo anlaufen kann, brauchen wir am Anfang ein magnetisches Feld B_0 . Zum Zustandekommen dieses Feldes kann man nun zwei unterschiedliche Bemerkungen machen.

1. Wenn sich eine elektrisch leitende Flüssigkeit hinreichend schnell und hinreichend unregelmäßig bewegt, so ist der feldfreie Zustand instabil. Das System geht von selbst in einen Dynamozustand über. Mit „von selbst“ ist gemeint, dass bereits eine sehr kleine Störung genügt, um das System aus dem feldfreien Zustand hinauszubringen. Es ist ähnlich wie bei einem Bleistift, den man auf die Spitze stellt. Er kippt sofort um, obwohl es doch einen kräftefreien Zustand gibt, in dem er senkrecht stehen würde. Kaum jemand wird sich aber darüber wundern, dass er trotzdem umkippt, und kaum jemand wird fragen, warum er gerade in die Richtung gefallen ist, in die er gefallen ist. Übertragen auf den Geodynamo bedeutet das: „Die Frage nach dem Ausgangsfeld ist keine interessante Frage.“

2. Wer mit dieser Bemerkung nicht zufrieden ist, muss sich darauf einlassen, Entstehungsmechanismen kleiner elektrischer Ströme, und damit magnetischer Felder, zu untersuchen (ähnlich, wie derjenige, der voraussagen möchte, in welche Richtung der Bleistift kippt, sich etwa mit Luftströmungen und anderen kleinen Effekten befassen muss). In Frage kommen etwa elektrochemische oder thermoelektrische Vorgänge. Für beide sind die Bedingungen sicher gegeben. Diese kleinen Ursachen, die für das Anlaufen des Dynamos verantwortlich waren, sind aber sicher viel schwerer zu erforschen, als die Funktionsweise des laufenden Dynamos, denn man fragt nach Effekten, die unter den Bedingungen wirksam waren, die vor mehreren Milliarden von Jahren herrschten.
- Sind die Bedingungen für das Auftreten des *Dynamo-effekts* erfüllt, so ist der *stromlose Zustand instabil*.

Literatur

- [1] Ulrich Christensen und Andreas Tilgner: Der Geodynamo, *Physikjournal* 1, 41-47 (2002)
- [2] Ronald T. Merrill: The Magnetic Field of the Earth, Academic Press 1998
- [3] F. Herrmann: Der Wärmetransport durch die Troposphäre, *Praxis der Naturwissenschaften Physik in der Schule* 3/50, 40-46 (2001)
- [4] G. A. Glatzmaier: <<http://www.es.ucsc.edu/~glatz/geodynamo.html>>
- [5] G. A. Glatzmaier und P. H. Roberts: A three-dimensional self-consistent computer simulation of a geomagnetic field reversal, *Nature*, Vol. 377, 203-209 (1995)
- [6] U. Müller und R. Stieglitz: Der Geodynamo im Labor, *Spektrum der Wissenschaft*, Februar 2002, 56-63
- [7] A. Gailitis, O. Lielausis, S. Dementjev, E. Platacis, A. Cifersons, G. Gerbeth, T. Gundrum, F. Stefani, M. Christen, H. Hänel und G. Will: Detection of a Flow Induced Magnetic Field Eigenmode in the Riga Dynamo Facility, *Phys. Rev. Lett.* 84, 4365-4368 (2000)

Anschrift der Verfasser:

Tobias Vorbach, Prof. Dr. Friedrich Herrmann, Abteilung für Didaktik der Physik, Universität, 76128 Karlsruhe

Probleme mit der Bernoulli-Gleichung

Ch. Rührenbeck

1 Vorbemerkungen

Der Erfolg der Verwendung einer *Bernoulli-Gleichung* in den verschiedensten Anwendungsbereichen der Fluidmechanik, insbesondere der Aerodynamik, steht außer Zweifel. Insofern muss diese Gleichung einen wahren Sachverhalt beschreiben. Dennoch tut man sich bei einer Erklärung des Zusammenhangs von Druck und Strömungsgeschwindigkeit recht schwer. Dies macht sich besonders dort bemerkbar, wo man diese Gleichung zur Grundlage einer Berechnung des Betrages des aerodynamischen Auf-

triebs oder gar zu dessen Erklärung macht [1]. Hierfür lassen sich einige Gründe anführen:

- Durchströmt ein Fluid eine gekrümmte Stromröhre (Beispiel: Wasserschlauch), dann macht es keine besonderen Schwierigkeiten, über den Trägheitsbegriff bzw. über den Impulsstrom umgelenkter Fluidmassen Druckdifferenzen in Querrichtung zur Strömung zu erklären. Unmöglich ist es hingegen, die Druckminderung in einer geraden engen Stromröhre (hydrodynamisches Paradoxon [2]) zu verstehen.
- Für Flüssigkeitsströmungen ist es vielleicht möglich, widerspruchsfrei eine *Bernoulli-Gleichung* herzuleiten.

Abb. 5 zum Beitrag T. Vorbach u. F. Herrmann: Der Geodynamo

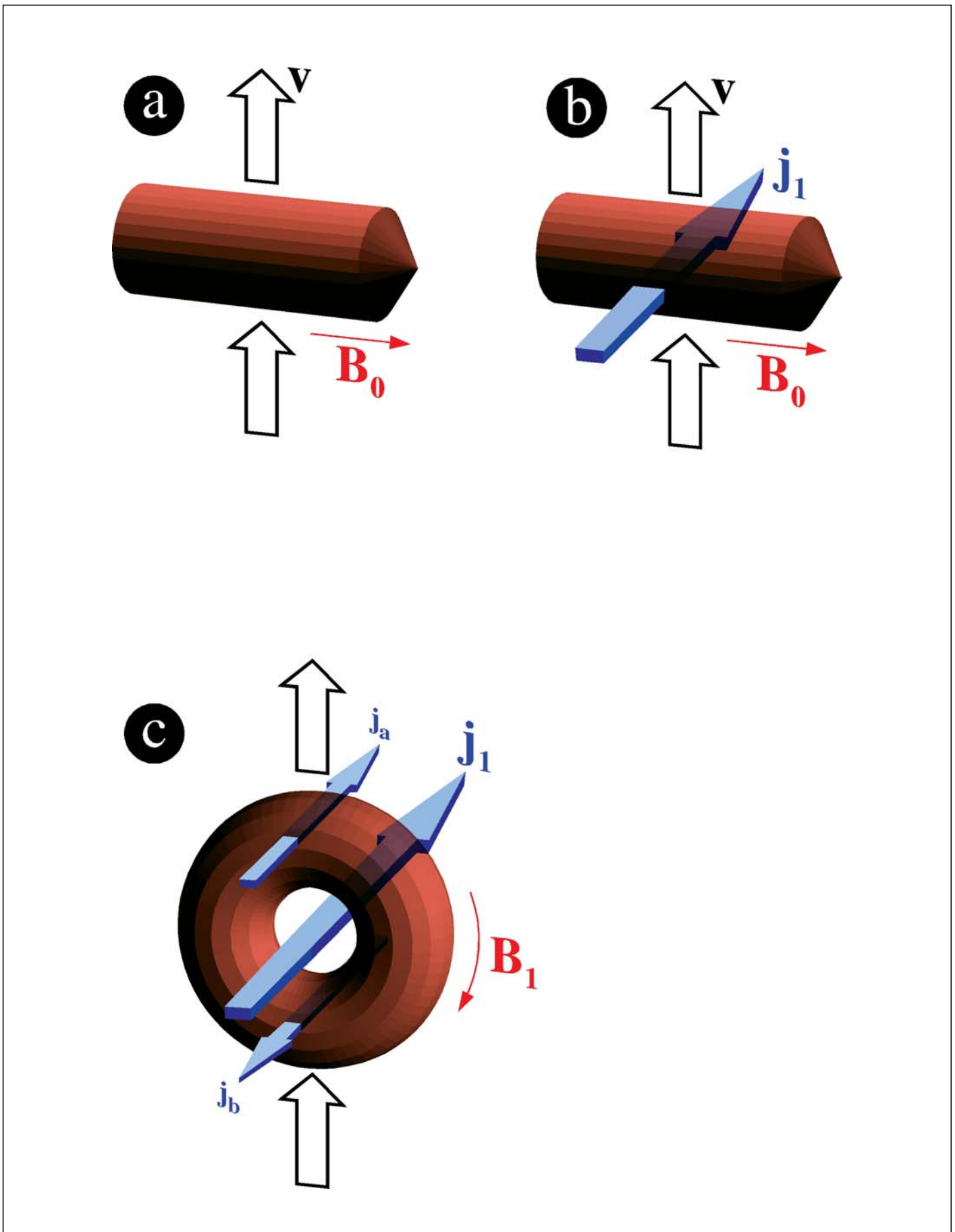


Abb. 5: Eine Translationsbewegung im Magnetfeld B_0 hat einen elektrischen Strom j_1 zur Folge. Der Strom j_1 verursacht das Magnetfeld B_1 . Die Bewegung der Flüssigkeit in B_1 führt zu den neuen Strömen j_a und j_b . Der resultierende Strom ist gegenüber j_1 parallel verschoben. Die Flüssigkeitsströmung versucht also den elektrischen Strom mitzunehmen. (Wie gut ihr das gelingt, hängt von der elektrischen Leitfähigkeit ab.)

Abb. 4 zum Beitrag T. Vorbach u. F. Herrmann: Der Geodynamo

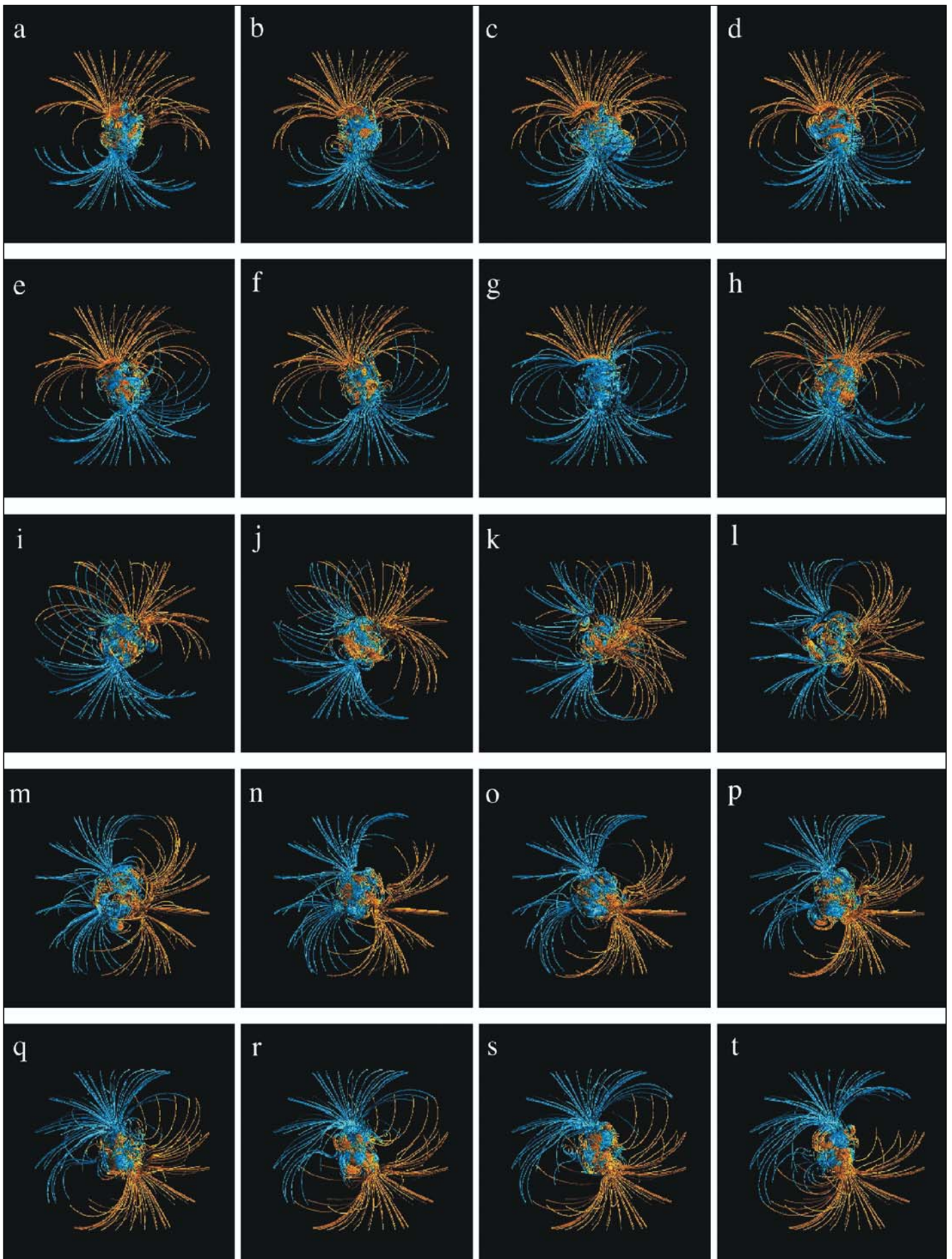


Abb. 4: Das magnetische Feld ändert sich mit der Zeit. Die Bildfolge zeigt eine gerechnete zeitliche Entwicklung des Feldes [4, 5].

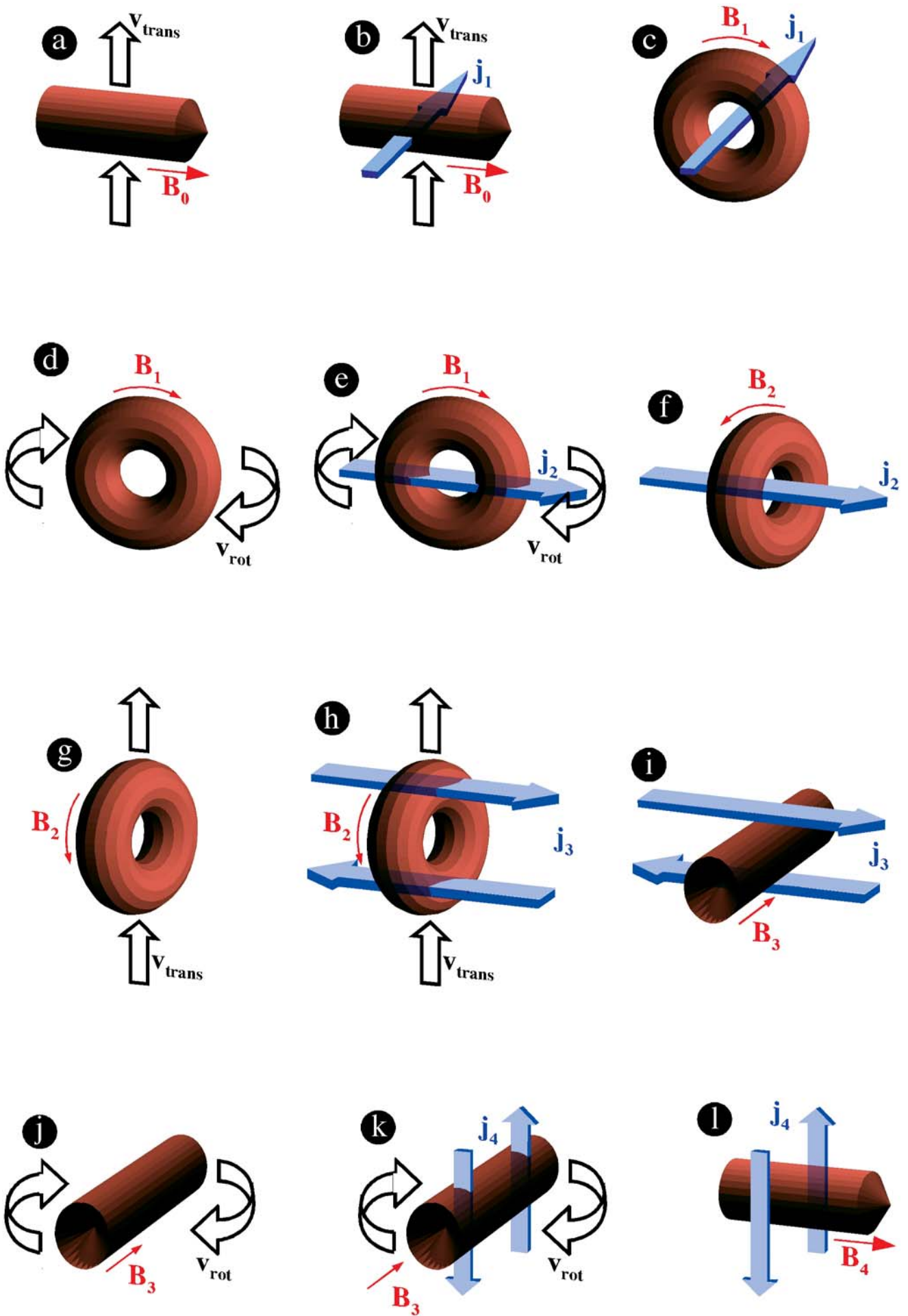


Abb. 6: Translations- und Rotationsbewegung führen dazu, dass aus einem anfangs vorhandenen Feld B_0 in mehreren Schritten ein neues Feld B_4 entsteht, das die selbe Richtung wie B_0 hat.