

Was ist eigentlich Atomistik? – oder: Die physikalische Größe “Menge”

G. Falk, Institut für Didaktik der Physik, Universität Karlsruhe

1. Die Anschauung als Hilfe und Hindernis bei physikalischen Begriffsbildungen

Dinge oder Begriffe, die wir als vertraut empfinden, nennen wir anschaulich. Wir drücken damit aus, daß wir ein Bild von ihnen haben und sicher, sozusagen wie im Schlaf mit ihnen operieren können. Manche dieser Anschauungen sitzen so fest, daß wir geneigt sind, ihre Wurzeln tiefer zu wähen als in bloßer Vertrautheit. Nur zu leicht drängt sich der Gedanke auf, manche unserer Anschauungen seien unumgänglich, und wir wehren uns, wenn sie zu bloßen Gewohnheiten deklariert und in unseren Augen damit deklariert werden. Typische Beispiele solcher Anschauungen sind Raum und Zeit. Raum wie Zeit sind so fest in unserer Anschauung verwurzelt, daß wir uns gern der philosophischen Tradition anschließen und sie als Anschauungsformen bezeichnen, ein Wort, das *Kant* geprägt und dem er noch ein “a priori” hinzugefügt hat, um auszudrücken, daß wir sie von Natur aus in uns trügen, daß wir ihnen sozusagen ausgeliefert seien. Dennoch wissen wir heute, daß auch Raum und Zeit nichts sind als *Anschauungs-Gewohnheiten*. Sie sitzen nur so fest, daß es außerordentlich schwer ist, sich von ihnen frei zu machen.

Ein einfaches Beispiel mag erläutern, was gemeint ist. Man denke sich zwei Uhren, etwa eine Pendel- und eine Armband-Uhr, und es sei die Aufgabe gestellt herauszubekommen, welche der beiden Uhren genauer geht. Jeder Mensch versteht die Frage sofort, und er hält sie selbstverständlich für beantwortbar, ja er ist geneigt, die Antwort für so trivial zu halten, daß er oft aufhört weiterzudenken und zu überlegen, was zu tun ist, um wirklich eine Antwort zu geben. Die Spontanreaktion ist gewöhnlich, beide Uhren mit einer dritten, etwa der Zeitansage im Radio, zu vergleichen. Aber das ist natürlich eine Kurzschlußreaktion, denn wer gibt uns die Gewißheit, daß diese dritte Uhr – denn auch die Zeitansage beruht auf einer Uhr – genauer geht als die beiden vorgelegten Uhren. Statt mit zwei Uhren hätte man also gleich mit drei Uhren, nämlich der Pendel-, der Armband- und der Radio-Uhr beginnen und fragen können, welche von diesen drei Uhren die genauestgehende ist. Es geht gar nicht darum, wieviele verschiedene Uhren zur Auswahl stehen, es könnten beliebig viele sein.

Das Merkwürdige an der Sache ist, daß wir das Gefühl haben, das Genaugehen sei eine zweifelsfreie Angelegenheit. Es macht uns gar keine Schwierigkeiten, uns vorzustellen, es gebe so etwas wie eine von allen Uhren, ja von allem Geschehen in der Welt unabhängig dahinfließende, transzendente oder absolute Zeit. Es macht uns auch die Vorstellung keine Schwierigkeit, daß diese absolute Zeit angezeigt wird von einer idealen Uhr, die nichts mit den uns zur Verfügung stehenden realen, stets mit irgendwelchen Unvollkommenheiten behafteten Uhren zu tun hat. Diese ideale Uhr geht ewig und definiert, was “Genaugehen” heißt. Jeder Physiker weiß heute, daß die absolute Zeit, die ideale Uhr und alles, was damit zusammenhängt, eine Illusion ist, aber er weiß auch, daß es langer, nicht-trivialer Erörterungen bedarf, um die reale Sachlage zu analysieren. Wir wollen deshalb hier nicht näher darauf eingehen.

Wir haben das Beispiel nur angeführt, um zu zeigen, daß es physikalische Begriffe gibt, die uns so sehr einleuchten, daß sie kaum erklärt zu werden brauchen. Dennoch sind diese Begriffe oft außerordentlich problematisch. Derartige Begriffe tragen stets das Merkmal, transzendent-ideal oder “absolut” zu sein, gleichzeitig aber eine so verführerische Anschaulichkeit zu besitzen, daß sie kaum Anlaß zu Zweifeln geben. Unsere Fähigkeit, Erfahrungen, die wir machen, zu speichern, zu ordnen und damit die Voraussetzung zu schaffen zu dem, was wir planmäßiges Handeln mit Blick auf die Zukunft nennen, gibt uns vermutlich unser Zeitgefühl und damit ein intuitives Verständnis für den “Lauf der Zeit”. Dieses Gefühl ist, wie es scheint, die Basis des uns so einleuchtenden Begriffs Zeit und des Glaubens an seine Absolutheit. Die darauf beruhende Anschaulichkeit des Zeitbegriffs ist zwar kein Fundament, wohl aber ein Führer auf der Suche nach einer naturwissenschaftlich-logisch begründeten Konstruktion einer physikalischen Größe, die das leistet, was wir mit dem Wort Zeit ausdrücken wollen.

Hier geht es uns nicht um Raum und Zeit, sondern um eine andere Größe, die uns aber ebenso einleuchtet und unproblematisch erscheint wie die Zeit und deren genaue Analyse analoge Schwierigkeiten macht wie eine real-logische Analyse der Zeit. Es ist der Begriff der Menge, Stoffmenge, Teilchenmenge, Teilchenzahl oder, wie wir auch gewohnt sind zu sagen, der Anzahl von Atomen, Nukleonen, Elektronen, allgemein der Anzahl irgendwelcher Teilchen. Auch hierbei hat unsere Anschauung keine Schwierigkeiten. Es scheint uns völlig klar, was gemeint ist, wenn etwa nach der Anzahl der Teilchen eines Gases gefragt ist, das einen Ballon ausfüllt. Es ist einfach die “Anzahl der Moleküle des Gases”. Und natürlich ist diese An-

zahl "absolut fixiert" und in ihrem "Wie sollte es denn anders sein?" scheinbar ohne Problematik. Problematisch ist höchstens, ob man diese Anzahl genau angeben kann. Es ist ähnlich wie bei der Zeit. In unserer Vorstellung geht es bei der Stoffmenge oder Teilchenzahl um eine genau fixierte, absolute Sache, das Problem scheint nur, wie genau man dieses an sich Fixierte messen kann, und da kommen natürlich Unvollkommenheiten und Fehler ins Spiel.

Stellt man die Messung der absoluten Zeit mit der Messung der absoluten Anzahl der Teilchen in Parallele, so entspricht der realen Uhr das reale praktische Verfahren, mit dem die Anzahl der Teilchen gemessen wird. Verschiedene derartige Meßverfahren sind somit das Analogon verschiedener realer Uhren bei der Zeitmessung. So wie bessere und schlechtere Uhren beim Glauben an die absolute Zeit dadurch erklärt sind, wie gut sie diese absolute Zeit zu messen gestatten, so sind bessere und schlechtere Meßverfahren der Anzahl der Teilchen beim Glauben an die Absolutheit dieses Begriffs dadurch erklärt, wie gut sie die an sich feststehende Anzahl der Teilchen anzugeben gestatten. Da die Anzahl der Teilchen eines Stoffes das festlegt, was wir gern die Menge des Stoffs nennen, scheint jedes Verfahren, das die Menge des Stoffs zu bestimmen gestattet, ein Verfahren zu sein, mit dem mehr oder weniger genau die absolute Anzahl der Teilchen des Stoffs gemessen werden kann.

2. Gleiche Mengen verschiedener Stoffe

Der uns so anschaulich erscheinende Begriff der *Anzahl der Teilchen* eines Stoffs legt noch ein Kriterium nahe, das jedes gute Mengenmaß zu erfüllen hat: Es sollten *gleiche Mengen verschiedener* Stoffe gleich viele Teilchen enthalten. Wörtlich ist diese Bedingung allerdings ebenso idealistisch und unrealistisch wie die, daß eine gute Uhr in gleich langen Intervallen der absoluten Zeit gleich viele Schwingungen machen soll. Beide Bedingungen sind zwar als Absichtserklärung und bei der Suche nach der "richtigen" Größe anerkennenswert, physikalisch aber nichtdestoweniger inhaltsleer; denn weder weiß man, wie ohne Bezugnahme auf ein Mengenmaß die Anzahl der Teilchen eines Stoffs erklärt, noch wie ohne Uhr gleich lange Intervalle der Zeit festgelegt werden könnten. In beiden Fällen heißt Physik treiben, von der naiv-idealistischen Anschauung loszukommen und Begriffe zu entwerfen, die mehr Realitätsbezug haben. Hier geht es, wie gesagt, darum, die intuitive Anschauung von der Anzahl der Teilchen mit der Realität in Verbindung zu bringen, aus ihr also einen naturwissenschaftlichen Begriff eine physikalische *Größe* zu machen.

Der real denkende und vor allem handelnde Physiker hat daher zunächst zu erklären, was unter der Menge zu verstehen ist. Im Prinzip könnte er dazu jede physikalische Größe nehmen, die mengenartig, oder wie man auch sagt, additiv oder bilanzierbar ist, wie die Energie, das Volumen, die Masse, die Entropie, denn mit jeder derartigen Größe läßt sich ausdrücken, wie viel von einem Stoff vorhanden ist. Von vornherein ist keineswegs ausgemacht, welche dieser Größen dazu am besten geeignet ist. Die gesuchte Größe muß allerdings, wie wir gesehen haben, die Aufgabe erfüllen, einen Vergleich der Mengen verschiedener Stoffe zu ermöglichen.

Es ist nicht schwer zu erkennen, welche Art Problemstellung sich auftut, wenn man das Ziel hat, Mengen verschiedener Stoffe miteinander zu vergleichen, also von der *gleichen Menge verschiedener* Stoffe zu sprechen.

Bei einem Geschäft, etwa beim Tausch von Öl gegen Weizen, wird ein Handelsmann geneigt sein, eine Menge Öl und eine Menge Weizen dann "gleich" oder "äquivalent" zu nennen, wenn sie gleichviel kosten. So wird er eine Menge Öl gleich oder äquivalent einer Menge Weizen nennen, wenn beide auf dem Weltmarkt denselben Preis erzielen. Die so festgesetzte Gleichheit oder Äquivalenz von Mengen wird, durch Angebot und Nachfrage gesteuert, von Tag zu Tag wechseln. Sie ist deshalb für die Wissenschaft nicht geeignet. Der Physiker andererseits wird es aus Gewohnheit vorziehen, Mengen verschiedener Stoffe dann gleich zu nennen, wenn sie die gleiche Masse haben. Er wird also eine Menge Öl dann einer Menge Weizen gleich nennen, wenn beide beim Wägen äquivalent sind, wenn sie beim Wägen sich also gegenseitig ersetzen können.

Diese beiden Beispiele schon liefern die Erkenntnis, daß das Wort "gleich" nicht im Sinn einer logisch unfaßbaren "inhaltlichen Identität" gebraucht wird, sondern im logisch-formalen Sinne der Mathematik, nämlich als *Äquivalenz-Relation*. Die Äquivalenz ist bekanntlich definiert durch die Eigenschaft, *reflexiv*, *symmetrisch* und *transitiv* zu sein. Wie die Mathematik seit langem weiß und wie es sich auch in der Physik durchsetzt, ist jede Gleichheit eine Äquivalenz-Relation. Physikalisch konkret bedeutet das, daß "gleich" in der Physik immer gleichbedeutend ist mit "äquivalent im Hinblick auf eine bestimmte Operation". Wenn wir von der gleichen Menge zweier Stoffe sprechen, so meinen wir, ohne daß uns das bewußt zu sein braucht, immer Mengen der Stoffe, die in irgendeiner bestimmten, oft als selbstverständlich betrachteten und daher nicht ausdrücklich erwähnten Hinsicht gleiche Wirkung haben. So zeigen zwei verschiedene Körper gleicher Masse, wenn man sie auf die Waage legt, die gleiche Wäge-Wirkung, und sie zeigen dieselben Stoß-Wirkungen, wenn man mit dem einen die gleichen Stoßexperimente macht wie mit dem ande-

ren. Die Masse als Mengenmaß zu nehmen bedeutet, das Gewicht oder die Trägheit einer Stoffportion zur maßgeblichen Eigenschaft im Vergleich mit anderen Stoffportionen zu erklären.

3. Die Größe n

Wenn in der Physik oder Chemie von der Größe "Menge" oder "Stoffmenge" die Rede ist, so ist eine Größe gemeint, die in der Einheit mol gemessen wird. Den historisch ersten Hinweis darauf, daß es sinnvoll ist, eine von der Masse verschiedene physikalische Größe zu konstruieren, mit deren Hilfe die Mengen von Stoffen ausgedrückt werden, bildeten die Gesetze der konstanten und multiplen Proportionen beim chemischen Verbinden von Stoffen. Diese Gesetze bildeten gleichzeitig eine naturwissenschaftliche (im Gegensatz zur bloß philosophischen) Grundlage der Auffassung von der atomistischen Struktur der Materie. Man fand, daß die Regeln des chemischen Verbindens, also des Umformens von Stoffen ineinander, eine einfache Gestalt annehmen, wenn zwei Portionen verschiedener Stoffe dann als äquivalent oder gleich erklärt werden, wenn sie sich vollständig, d.h. ohne einen Rest zu lassen, zu einem neuen Stoff verbinden können. Das erlaubt, eine Größe n zu erklären, die für zwei Stoffportionen, die im eben erklärten Sinn gleich oder äquivalent sind, denselben Wert hat. Als Einheit dieser Größe n legte man das mol fest. Es war der Wert von n , den 2 g Wasserstoff-Gas (H_2 -Gas) hat.

Auf dieser Größe n beruht, wie wir sagten, die naturwissenschaftliche Atomistik. Um sich die Größe n zu veranschaulichen, nannte man ihre Werte die "Anzahl der Atome" oder die "Anzahl der Moleküle", allgemein die "Anzahl der Teilchen". Deshalb läuft n auch unter dem Namen "Teilchenmenge" oder "Teilchenzahl". Diese Ausdrucksweise verführt allerdings leicht zu dem Schluß, daß n eigentlich eine Zahl sei, nämlich die Anzahl irgendwelcher kleiner Gebilde, aus denen die Materie besteht. Um diesen Schluß gab es im vorigen Jahrhundert eine erbitterte Auseinandersetzung zwischen Gegnern und Befürwortern der Atomistik. Die Größe n selbst dagegen und das, was man auf Grund von Experimenten wirklich von ihr wußte, war unbestritten.

Wir wollen von nun ab die Größe n mit dem Namen *Menge* (oder *Teilchenmenge*) benennen und uns demgemäß bemühen, andersartige umgangssprachliche Verwendungen dieses Wortes, so gut es geht, zu vermeiden. Die Menge ist also von jetzt ab nicht eine Portion, ein Haufen, ein bestimmtes Quantum, sondern eine *physikalische Größe*, nämlich die Größe n . Damit stellt sich primär immer die Frage, ob ein System, das man im Auge hat, diese Größe besitzt und welche Werte sie in den Zuständen des Systems hat. Wir werden sehen, daß die Menge n zu den universalen physikalischen Größen gehört, denn jedes System besitzt diese Größe. Die Frage nach ihren Werten ist deshalb ein wichtiges physikalisches Problem.

Daß die Definition der Menge n , also die Erklärung der Gleichheit oder Äquivalenz von Portionen verschiedener Stoffe mit Hilfe des chemischen Bindens, mehr war als eine Zufälligkeit, ja daß man mit ihr einen fundamentalen Zug der Natur in die Hand bekommen hatte, offenbarte sich darin, daß bei Verwendung dieser Größe die Materie Gesetzmäßigkeiten zeigte, die nicht davon abhängen, um welchen speziellen Stoff es sich jeweils handelt. Diese Gesetzmäßigkeiten sind daran zu erkennen, daß sie Konstanten enthalten, in denen die Einheit mol vorkommt. Man findet sie ohne Schwierigkeiten beim Durchblättern jedes Physik- oder Chemie-Buchs. Die bekanntesten und einfachsten dieser Gesetze sind in der Reihenfolge ihrer historischen Entdeckung:

- (1) *Das Gesetz der konstanten und multiplen Proportionen:* Chemische Bindungsvorgänge lassen sich durch allgemeine, mit Hilfe kleiner ganzer Zahlen formulierbarer Regeln beschreiben, wenn die Portion eines Stoffs nicht durch seine Masse gemessen, also in kg ausgedrückt wird, sondern durch die Menge n , deren Einheit das mol ist. Verbinden sich also zwei Stoffe 1 und 2 zu einem neuen Stoff, so ist

$$\frac{n_1}{n_2} = \text{kleine ganze Zahl}$$

wobei n_1 die Menge von Stoff 1 und n_2 die Menge von Stoff 2 bezeichnet.

- (2) *Jeder Stoff befolgt bei hinreichender Verdünnung die Gasgleichung.* Diese nimmt eine vom einzelnen Stoff unabhängige Form dann an, wenn die Portion des Gases durch die Menge n ausgedrückt wird. Es ist

$$p V = n RT, \tag{1}$$

worin p den Druck und T die Temperatur des Gases bezeichnet, sowie V das vom Gas erfüllte Volumen. R ist eine universelle, nämlich stoff-unabhängige Konstante, die sogenannte Gaskonstante. Sie hat den Wert $R = 8,3 \text{ J}/(\text{K}\cdot\text{mol})$. Die Portion des Gases wird durch den Wert von n gemessen.

(3) *Das Gesetz von Dulong und Petit:* Bei hinreichend hohen Temperaturen befolgt die Wärmekapazität von Festkörpern (bei Metallen schon für Temperaturen $T > 200$ K) ein von dem speziellen Körper unabhängiges Gesetz, wenn die Materieportion, die der Festkörper darstellt, durch die Größe n gemessen wird. Mit der allgemeinen Gaskonstante R formuliert, ist die Wärmekapazität

$$C = 3Rn. \quad (2)$$

(4) *Faradays Gesetze der Elektrolyse:* Der Zusammenhang zwischen der bei der elektrolytischen Abscheidung von Stoffen transportierten elektrischen Ladung Q und der Portion des abgeschiedenen Stoffs befolgt stoffunabhängige Regeln, wenn die Stoffportion durch die Menge n gemessen wird. Es ist

$$Q = \text{kleine ganze Zahl} \times n \times F, \quad (3)$$

wobei F eine universelle, nämlich stoffunabhängige Konstante ist mit dem Wert $F = 96\,500$ C/mol.

Die Reihe der Gesetze läßt sich fortsetzen bis hin zu den atom- und quantenphysikalischen Gesetzen, die erst unser Jahrhundert zu Tage gefördert hat. Es würde hier zu weit führen, das in allen Einzelheiten auseinanderzusetzen. Für unsere Absicht ist das auch gar nicht nötig. Eine Einzelheit verdient allerdings Beachtung. Zunächst glaubte man, die Gesetze, in denen Stoffportionen durch die Menge n ausgedrückt werden, seien auf das beschränkt, was man Materie nennt, was sich im elementaren Sinn also anfassen läßt und aus dem die Dinge gebildet sind, die sich nach unserer Anschauung in Raum und Zeit bewegen. Es stellte sich jedoch mehr und mehr heraus, daß auch das Licht derartige Gesetze befolgt. Wenn man also daran festhält, daß es bei der Frage nach einer allgemeinen Größe n um die Messung von "Stoffmengen" geht, so ist auch Licht ein "Stoff". Andererseits ist es ein Kennzeichen der allgemeinen Gesetze, in denen die Größe n vorkommt, unabhängig zu sein von der speziellen Art des Stoffes, also von den besonderen Eigenschaften der einzelnen Stoffe. Man muß also wohl den Schluß ziehen, daß es hier um eine grundlegende Eigenschaft der Welt oder Natur überhaupt geht. Denn was außer Materie und Licht gibt es nach Auffassung der Physik noch in der Welt? Die Gesetze, von denen hier die Rede ist, handeln deshalb von einer allgemeinen Struktureigenschaft der Welt. Die Größe n , die Menge, kommt deshalb an jedem physikalischen System vor, und sie hat in jedem Zustand eines Systems einen bestimmten Wert. Sie ist ebenso universell wie die Größen E und S , die Energie und die Entropie, und daher auch von vergleichbarer physikalischer Bedeutung.

4. Die Werte der Menge n

Die Menge n ist nicht nur ebenso universell wie die Größen Energie E und Entropie S , sie hat mit diesen auch die Mengenartigkeit, d.h. Additivität oder Bilanzierbarkeit gemeinsam: Zwei gleiche Systeme im selben Zustand haben zusammengenommen den doppelten Wert von n , so wie auch der Wert von E und S doppelt so groß ist wie der der beiden Teilsysteme.

Die Werte der Menge lassen sich, wie die Werte jeder physikalischen Größe, darstellen in der Form

$$\text{Wert von } n = \text{Zahl} \times \text{Einheit von } n. \quad (4)$$

Gängige Einheit von n ist das mol. Die in (4) auftretenden Zahlwerte sind auf positive (genauer nicht-negative) Zahlen beschränkt; es gibt keine negativen Werte von n . Auch diese Eigenschaft hat n mit der Energie E und der Entropie S gemeinsam.

Eine weitere wichtige Eigenschaft der Menge n ist, daß ihre Werte *ganzzahlig quantisiert* sind. Was bedeutet das? Zunächst bedeutet es nicht, wie man zu denken geneigt ist, daß als Werte von n überhaupt nur ganzzahlige Vielfache eines kleinsten Wertes auftreten. Tatsächlich kommen als Werte von n alle Werte (4) vor, die sich mit beliebigen nicht-negativen Zahlen bilden lassen, so daß die gesamte Werte-Mannigfaltigkeit von n ein lineares Kontinuum, eine Zahlengerade bildet. In diesem Kontinuum von Werten aber gibt es ausgezeichnete Werte, und diese sind ganzzahlige Vielfache eines kleinsten Wertes, den wir τ nennen wollen. Die Auszeichnung der ganzzahligen Vielfachen von τ besteht darin, daß sie *scharfe* Werte sind. Was das genauer bedeutet, werden wir weiter unten an einem einfachen Beispiel erläutern. Wichtig für uns ist zunächst einmal, daß (4) zu ergänzen ist um die Aussage

$$\text{scharfer Wert von } n = \text{nicht-negative ganze Zahl} \times \tau. \quad (5)$$

Offensichtlich ist τ der kleinste von Null verschiedene scharfe Wert, den n annehmen kann. Er ist deshalb eine fundamentale Naturkonstante, nämlich die Konstante

$$\tau = \frac{1}{L} \text{ mol} = 1,66 \cdot 10^{-24} \text{ mol.} \quad (6)$$

Die Zahl L ist die vertraute Loschmidt-Zahl: $L = 6,02 \cdot 10^{23}$. Auf die experimentelle Bestimmung des Wertes τ wollen wir hier nicht eingehen.

Die ganzzahlige Quantisierung der Menge n , also die Eigenschaft, daß ihre scharfen Werte ganzzahlige Vielfache von τ sind, ist die Grundlage dessen, was wir *physikalische Atomistik* nennen. Zwar ist hier gleich wieder unser Gefühl zur Stelle und möchte uns versichern, daß sich in der ganzzahligen Quantisierung von n eben jene kleinsten Gebilde manifestieren, jene Teilchen unserer Anschauung, aus denen alle Materie besteht, aber der Physiker sollte vorsichtig sein und sich zunächst einmal an das halten, was er weiß. Wenn man $1/L$ -tel mol, nach (6) also τ , ein "Teilchen" nennen will, so kann man das zwar tun, aber man sollte dabei stets im Auge behalten, daß dieses Teilchen kein mysteriöser Baustein der Materie ist, sondern der kleinste, von Null verschiedene scharfe Wert, den die Größe n , die Menge, annehmen kann.

Was die Quantisierung ihrer Werte angeht, hat die Menge n übrigens ganz ähnliche Eigenschaften wie die elektrische Ladung Q . Zunächst genügt auch diese Größe selbstverständlich einer zu (4) analogen Beziehung, nämlich

$$\text{Wert von } Q = \text{Zahl} \times \text{Einheit von } Q. \quad (7)$$

Als gängige Einheit von Q dient das Coulomb. Wieder treten als mögliche Werte von Q ein ganzes Kontinuum auf, aber als scharfe Werte nur ganzzahlige Vielfache eines kleinsten Wertes e , so daß analog zu (5) gilt

$$\text{scharfer Wert von } Q = \text{positive oder negative ganze Zahl} \times e. \quad (8)$$

Der Wert e , der kleinste von Null verschiedene scharfe Wert der elektrischen Ladung, der deshalb auch die elektrische Elementarladung genannt wird, ist gegeben durch

$$e = 1,60 \cdot 10^{-19}. \quad (9)$$

Die Größen n und Q haben offensichtlich eine ganz analoge Werte-Struktur. So wie e als kleinster von Null verschiedener scharfer Wert der Ladung die *Elementarladung* genannt wird, könnte man τ als kleinsten von Null verschiedenen Wert von n die *Elementarmenge* nennen. Elementarladung e wie Elementarmenge τ sind Naturkonstanten, die von Bedeutung sind, wenn man zwischen scharfen und nicht-scharfen Werten der Größen Q und n unterscheidet.

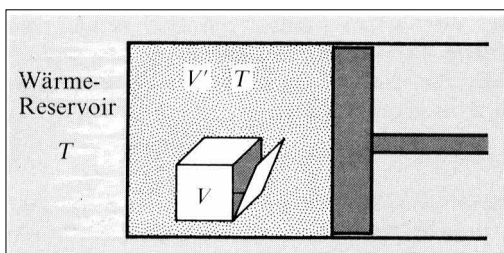


Abb. 1 Zur Erläuterung des Begriffs "scharfer und nicht-scharfer Wert von n "

Was ist nun ein scharfer Wert, und warum spielen scharfe Werte eine so große Rolle? Die Antwort lautet: Eine mengenartige Größe wie n oder Q hat einen scharfen Wert in denjenigen Zuständen eines Systems, in denen die Größe nicht zwischen dem betrachteten System und anderen Systemen austauschen kann, in denen der Austausch also gehemmt ist. Wir wollen uns das an einem einfachen Beispiel klarmachen. Dazu betrachten wir ein Gas. Seine Zustände genügen der Gl. (1), die die Werte von Druck p , Volumen V , Temperatur T und Menge n des Gases miteinander verbindet. Gewohnheitsmäßig denken wir uns den Wert des Volumens V dadurch bestimmt, daß das Gas in undurchdringliche Wände eingeschlossen ist, die ein Raumstück begrenzen, dessen Volumen einen bestimmten Wert hat. Für die Gültigkeit von Gl. (1) ist das aber keineswegs erforderlich. Die Gleichung trifft auch zu, wenn man nur einen Teil des vom Gas erfüllten Raumes im Auge hat, der lediglich durch gedachte geometrische Flächen begrenzt wird. Das Gas kann diese Begrenzung natürlich überschreiten, denn geometrische Flächen sind für das Gas nicht undurchdringlich. Da das Gas im Inneren wie im Äußeren des gedachten Raumbereiches denselben Druck und dieselbe Temperatur hat, wird es von dieser Überschreitungsmöglichkeit der gedachten Wand im Zeitmittel jedoch keinen Gebrauch machen. Das bedeutet, daß von dem Gas im Zeitmittel ebensoviel von innen nach außen wie umgekehrt von außen nach innen strömt. Für das Gas in dem gedachten Raumstück hat die Größe n dann einen wohlbestimmten Wert, der durch die Werte von p , T und dem Volumen V des gedachten Raumstücks gemäß (1) festgelegt ist. Wir denken uns nun das Gas in einen großen, mit einem beweglichen Kolben versehenen Zylinder eingeschlossen, dessen Wände für das Gas undurchdringlich sind. Unter Ver-

wendung eines Wärmereservoirs werde das Gas durch Bewegen des Kolbens isotherm expandiert, so daß sein Druck p beliebig kleine Werte annimmt, während seine Temperatur T konstant bleibt (Abb. 1). Gleichzeitig denken wir uns ein gegen das Zylindervolumen sehr kleines würfelförmiges Raumstück im Inneren des Zylinders markiert und von undurchdringlichen Wänden begrenzt, wobei eine Wand wie bei einer Falle auf- und zuklappbar sei. Das Volumen des kleinen Würfels habe den Wert V , das des großen Zylinders den Wert V' . Entsprechend seien n und n' die Werte der Menge im Würfel und im Zylinder. Es gilt dann

$$pV = nRT \quad \text{und} \quad pV' = n'RT \quad (10)$$

Eliminiert man aus diesen beiden Gleichungen den gemeinsamen Druck p (und T), so erhält man

$$n = n' \frac{V}{V'}. \quad (11)$$

Zunächst denken wir uns den kleinen Würfel geöffnet, so daß das Gas zwischen Innerem und Äußerem des Würfels frei austauschen kann. Wird nun das Gas im Zylinder isotherm expandiert, so wird, da das Volumen V des Würfels und die Temperatur T des Gases konstant bleiben, nach (10) mit abnehmendem Druck p auch der Wert von n beliebig klein. Von einem kleinsten Wert von n kann somit keine Rede sein, oder anders ausgedrückt: Die Größe n kann jeden nicht-negativen Wert annehmen. Die Situation ändert sich aber grundlegend, wenn im expandierten Zustand, also bei hinreichend kleinem Wert des Drucks p , die Klappe des Würfels geschlossen wird. Dann hat – und das ist die Behauptung der ganzzahligen Quantisierung der Menge n – für das Gas im Innern des Würfels n entweder den Wert Null, τ , 2τ , ... Nach dem Schließen der Klappe ist also entweder gar kein Gas im Würfel ($n = 0$), oder es ist so viel Gas darin daß $n = \tau$, oder so viel, daß $n = 2\tau$, usw. Wird bei festgehaltener Stellung des Kolbens, also bei konstantem Wert V' die Klappe des Würfels sehr oft geöffnet und wieder geschlossen, so treten die scharfen Werte von n' also die Werte $0, \tau, 2\tau, \dots$ mit bestimmten relativen Häufigkeiten w_0, w_1, w_2, \dots auf (wobei $w_0 + w_1 + \dots = 1$), und diese sind so beschaffen, daß der mit ihnen gebildete Mittelwert

$$0\tau w_0 + \tau w_1 + 2\tau w_2 + \dots = \langle n \rangle \quad (12)$$

gerade der Wert ist, der in (11) erscheint. Gl. (11) muß also eigentlich lauten

$$\langle n \rangle = n' \frac{V}{V'}. \quad (13)$$

Der auf der rechten Seite dieser Gleichung erscheinende Wert n' ist scharf, wenn, wie bei unseren Betrachtungen angenommen, das gesamte Gas in undurchdringlichen, also einen n -Austausch verhindernden Wänden eingeschlossen ist. Andernfalls steht auch rechts ein Mittelwert, also kein scharfer Wert.

Das mag im Augenblick zur Erläuterung des Begriffs "scharfer Wert" der Größe n genügen. Es ist nicht schwer zu erkennen, daß für andere quantisierte (und nicht nur ganzzahlig quantisierte) Größen ganz ähnliche Überlegungen angestellt werden können, die zeigen, daß scharfe Werte einer mengenartigen Größe dann auftreten, wenn der Austausch der Größe gehemmt wird.

5. Zwei Arten von Naturkonstanten

Wenn man von einer Naturkonstante spricht, meint man einen bestimmten Wert einer physikalischen Größe. Meist treten diese Werte auf als Verbindungsfaktoren zwischen verschiedenen physikalischen Größen, die unter bestimmten Bedingungen einander proportional sind. Als ein vertrautes Beispiel erinnern wir an die Naturkonstante g , die Erdbeschleunigung. Sie verbindet die Masse eines Körpers mit der Gewichtskraft dieses Körpers an der Erdoberfläche. Andere Beispiele sind die Gaskonstante R und die Faraday-Konstante F . Die erste verbindet die Größe nT mit der Größe pV für hinreichend verdünnte Materie, die zweite die Größe "kleine ganze Zahl $\times n$ " mit der transportierten elektrischen Ladung Q im Fall der Elektrolyse. Kennzeichnend für diese Naturkonstanten ist, daß sie im Zusammenhang mit physikalischen Gesetzen auftreten, die für bestimmte physikalische Systeme unter wohldefinierten Bedingungen gelten. Bei g handelt es sich um das System "Körper an der Erdoberfläche", bei R um das System "verdünntes Gas", bei F um das System "Ionenleiter".

Ganz anders steht es mit den Naturkonstanten τ und e , sowie den Konstanten \hbar und k , der Planckschen Konstante und der Boltzmann-Konstante, die wir gleich noch hinzufügen, weil sie in diesen Zusammenhang gehören. Diese Naturkonstanten sind nicht nur für bestimmte Systeme unter einschränkenden Bedingungen von Bedeutung, sondern für *alle* physikalischen Systeme unter *beliebigen* Bedingungen. Sie verbinden auch keine Größen miteinander, sondern sie sagen etwas aus über eine universelle, d.h. system-unabhängige Werte-Struktur physikalischer Größen. Die Größen, um die es dabei geht, sind die Menge n ,

die Ladung Q , der Drehimpuls L und die Entropie S . Die Werte-Struktur dieser physikalischen Größen ist die Basis dessen, was wir Atomistik nennen. Entgegen dem naiv-mechanistischen Glauben, wonach Atomistik bedeutet, daß die Welt aus lauter kleinen, ständig in Bewegung befindlichen Massenpunkten besteht, handelt es sich bei der wissenschaftlich gesicherten Atomistik darum, daß *bestimmte physikalische Größen ihrer Natur nach ganzzahlig quantisiert* sind und infolgedessen überall dort Quantenerscheinungen auftreten, wo diese Größen mit im Spiel sind.

Zunächst sind die Größen, um die es sich handelt, also n , Q , L und S mengenartig, d.h. additiv oder bilanzierbar. Die Naturkonstanten τ , e , \hbar und k stellen daher in irgendeinem näher zu erklärenden Sinn elementare Portionen oder *elementare Quanten* dar:

$$\left. \begin{aligned} \tau &= 1,66 \cdot 10^{-24} \text{ mol} = \text{elementares Mengenquantum (Elementarmenge)} \\ e &= 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C} = \text{elementares Ladungsquantum (Elementarladung)} \\ \hbar &= 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Js} = \text{elementares Drehimpulsquantum (oder Wirkungsquantum)} \\ k &= 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} = \text{elementares Entropiequantum} \end{aligned} \right\} (14)$$

Die elementaren Quanten τ und e sind, wie wir schon sagten, die kleinsten von Null verschiedenen scharfen Werte der Menge n und der Ladung Q . Beim elementaren Drehimpulsquantum \hbar liegt die Sache etwas anders. \hbar selber ist nicht der kleinste von Null verschiedene scharfe Wert des Drehimpulses (genauer der Komponenten des Drehimpulses), sondern \hbar ist das Doppelte des kleinsten Wertes; die scharfen Werte des Drehimpuls sind ganzzahlige Vielfache von $\hbar/2$. Das ist für uns im Augenblick jedoch nicht von Bedeutung. Merkwürdig mag anmuten, daß unter den elementaren Quanten (14) auch die Entropie vorkommt, wogegen die Energie fehlt. Letzteres ist bei genauerem Hinsehen nicht so verwunderlich. Zwar hat auch die Energie eine quantisierte Werte-Struktur, doch ist diese nicht universell, d.h. nicht system-unabhängig. Vielmehr ist die Quantisierung der Energie von System zu System anders. Daß und in welchem Sinn die Entropie dagegen zu den universell quantisierten Größen zu rechnen ist, bedarf einer gesonderten Untersuchung, auf die wir hier nicht eingehen.

Produkte oder Quotienten von Naturkonstanten sind natürlich wieder Naturkonstanten. Diese müssen allerdings nicht notwendig von physikalischer Bedeutung sein. Eine Ausnahme bilden die Quotienten

$$\left. \begin{aligned} \frac{e}{\tau} &= \frac{1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}}{1,66 \cdot 10^{-24} \text{ mol}} = 0,965 \cdot 10^5 \frac{\text{C}}{\text{mol}} = F \\ \frac{k}{\tau} &= \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}}{1,66 \cdot 10^{-24} \text{ mol}} = 8,3 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} = R \end{aligned} \right\} (15)$$

Sie sind identisch mit der Faraday-Konstante F und der Gaskonstante R . Diese Naturkonstanten sind, wie man erkennt, von Bedeutung bei Vorgängen, bei denen die Änderung der Ladung der Änderung der Menge oder ein Ladungsstrom einem Mengenstrom proportional oder bei denen die Änderung der Entropie der Änderung der Menge proportional ist. Ersteres ist bekanntlich der Fall bei der Elektrolyse, während die zweite Proportionalität nicht nur bei Gasen auftritt, sondern bei fast allen physikalischen Systemen. Analog zu (15) läßt sich natürlich auch der Quotient bilden

$$\frac{\hbar}{\tau} = \frac{1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{1,66 \cdot 10^{-24} \text{ mol}} = 6,35 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Js}}{\text{mol}} = P \quad (16)$$

Er spielt eine Rolle bei allen Vorgängen, in denen Drehimpulsänderungen proportional zu Mengenänderungen sind. Das ist z.B. der Fall bei der Emission und Absorption von Licht. Wenn die Konstante P in der traditionellen Physik keine Rolle spielt, so deshalb, weil einmal die Messung von Drehimpulsänderungen nie zur Diskussion stand und zum anderen die Messung der Menge oder des Mengenstroms von Licht ein schwieriges Problem darstellt.

Betrachtet man alle vier Konstanten (14) als die ursprünglichen oder eigentlichen Naturkonstanten, so erscheinen (15) und (16) als abgeleitet. Man kann natürlich auch eine andere Position beziehen und nur *eine* der Konstanten (14), z.B. die Elementarmenge τ , sowie die drei Konstanten (15) und (16) als die eigentlichen Naturkonstanten ansehen. Dann erscheinen die Konstanten e , \hbar und k als abgeleitet. Diese letzte Zerlegung der Konstanten (14) bis (16) in grundlegende und abgeleitete entspräche der Auffassung, die

Elementarmenge τ als die für die atomistische Struktur der Welt allein verantwortliche Naturkonstante zu betrachten, während die Konstanten F , P und R mit der atomistischen Struktur nichts zu tun haben; Elementarladung, Wirkungsquantum und Entropiequantum wären danach Folgen der Quantenstruktur von n .

6. Die Größe Teilchenzahl $N = n/\tau$

Schreibt man die Gln. (1), (2) und (3) unter Verwendung der Elementarquanten (14), so nehmen sie die Form an

$$pV = \frac{n}{\tau} kT = NkT \quad (17)$$

$$C = 3k \frac{n}{\tau} = 3kN \quad (18)$$

$$Q = \text{positive oder negative ganze Zahl} \times \frac{n}{\tau} e = \text{positive oder negative ganze Zahl} \times Ne \quad (19)$$

Hierin tritt statt der Menge n das Vielfache $N = n/\tau$ des elementaren Mengenquantums τ auf, also eine dimensionslose Zahl. Beschränkt man sich auf die *scharfen* Werte von n , so ist N sogar eine nicht-negative *ganze* Zahl. Die dimensionslose Größe $N = n/\tau$ wollen wir die *Teilchenzahl* nennen.

Bedeutet diese Benennung, daß hinter unserer Anschauung von der Anzahl der Teilchen also doch mehr steckt als ein frommer Glaube? Nein, denn N ist nichts als n ausgedrückt in Vielfachen der Elementarmenge τ , und der Ausdruck "Teilchenzahl" ist nichts als ein Synonym für "Vielfaches von τ ". Von kleinen Gebilden, aus denen die Materie zusammengesetzt sei, ist dabei keine Rede, unsere Anschauung bleibt nach wie vor fragwürdig. Es ist sogar zu vermerken, daß in allen drei Gesetzen (17) bis (19) eigentlich nur die Konstanten R und F eingehen, die, wie wir gesehen haben, mit der atomistischen Struktur der Welt direkt nichts zu tun haben. Deshalb ist auch aus den Gesetzen (17) bis (19) weder eine naiv-atomistische Struktur der Welt herauszulesen noch unsere Anschauung von dem, was ein Teilchen ist, zu begründen. Dennoch wäre gegen das Wort "Teilchen" nichts einzuwenden, solange man damit nichts anderes meint als den Wert τ der Größe n . Das *Dulong-Petitsche* Gesetz besagt in dieser Sprechweise, daß die Messung der Wärmekapazität eines Festkörpers in Zuständen hinreichend hoher Temperatur (und eventuell hinreichend hohen Drucks) nichts ist als ein "Zählen der Teilchen" des Festkörpers in diesen Zuständen. In der farblosen, wissenschaftlich allerdings klareren Redeweise geht es dagegen nur um die Bestimmung des Wertes, den die Größe $N = n/\tau$ und damit die Größe n in dem jeweiligen Zustand des Festkörpers hat.

Ein Wort noch zur Gasgleichung (1) bzw. (17), die gern mit der kinematischen Vorstellung in Verbindung gebracht wird, nach der ein Gas eine Ansammlung von Massenpunkten ist, also von Teilchen im Sinn unserer a priori Anschauung. Die Teilchenzahl $N = n/\tau$ wird dabei selbstverständlich mit der Anzahl der Massenpunkte identifiziert. Nicht selten wird die naturwissenschaftliche Logik sogar völlig auf den Kopf gestellt, indem diese Vorstellung als das Primäre angesehen und ein ideales Gas dadurch definiert wird, daß "seine Teilchen keine Kräfte aufeinander ausüben". Zwar wird dann gewöhnlich betont, daß es sich dabei um ein Modell handelt, aber nur zu oft wird nicht klar, worin das Modellmäßige eigentlich besteht, ob in der mechanistischen Vorstellung vom Gas, oder darin, daß die Gasgleichung selbst nur Modellcharakter habe. Selten wird dabei klar, daß die Gasgleichung alles andere ist als ein Modell, ja daß sie ein fundamentales, allgemeines Gesetz ist, dem alle physikalischen Systeme genügen in denjenigen ihrer Zustände, in denen die Größe n/V , die Mengendichte, bzw. die Teilchendichte $(N/V) = n/(V\tau)$ hinreichend kleine Werte hat.

Die auf *Bernoulli* zurückgehenden Überlegungen, das Gas als mechanisches Modell zu begreifen, gehen aus von der Formel

$$p = \frac{2}{3} \times \left\{ \begin{array}{l} \text{Dichte der gesamten} \\ \text{kinetischen Energie} \end{array} \right\} = \frac{2}{3} \frac{v m^* v^2}{V} \quad (20)$$

Sie verbindet den Druck p , genauer die mittlere Impulsstromdichte, die von v in einem Kasten vom Volumen V eingeschlossenen, nur mit den Wänden, nicht dagegen untereinander stoßenden Massenpunkten der Masse m^* auf die Wände übertragen wird, mit der mittleren kinetischen Energie $m^* v^2/2$ des einzelnen Massenpunkts. Da $vm^* = m$ die gesamte Masse der in dem Kasten eingeschlossenen Massenpunkte ist, läßt sich (20) auch schreiben

$$pV = \frac{2}{3} \frac{mv^2}{2} \quad \text{oder} \quad v^2 = \frac{3pV}{m} \quad (21)$$

Betrachtet man nun die in dem Kasten eingeschlossenen Massenpunkte als Modell eines Gases, so läßt sich mit Hilfe der zweiten Gl. (21) aus den gemessenen Werten von p , V und m (= Gesamtmasse!) des Gases der Mittelwert des Quadrats der Geschwindigkeit der die "Teilchen" des Gases darstellenden Massenpunkte ausrechnen. Das Interessante an Gl. (21) ist, daß der Wert von v^2 nicht davon abhängt, ob der Wert der Gesamtmasse $m = \nu m^*$ durch viele Massenpunkte mit kleinen Massenwerten zustande kommt oder durch wenige Massenpunkte mit großen Massenwerten, ob also ν groß und m klein oder ν klein und m^* groß ist. *Bernoulli* selbst zog daraus z.B. den Schluß, daß die kontinuierliche Materie, wenn sie sich im Zustand des Gases befindet, sich im Sinn der seinerzeit gerade aufgekommenen Infinitesimalrechnung so verstehen läßt, daß sie aus unendlich vielen Massenpunkten unendlich-kleiner Massenwerte besteht, die sich unabhängig voneinander, also ohne miteinander zu stoßen, bewegen. Die Identifizierung der Relation (21) des mechanischen Modells mit der Gasgleichung liefert dann

$$\frac{m}{n} \frac{v^2}{2} = \frac{3}{2} \cdot RT \quad (22)$$

Das ist, wie man sieht, eine Relation zwischen der Temperatur T , der Größe m/n , also "Masse pro Menge", und dem Geschwindigkeitsquadrat v^2 . Wie schon die Dimension "Masse/Menge" (Einheit kg/mol) zeigt, kann die Größe m/n gar nicht identisch sein mit der Masse m^* der Massenpunkte des Modells. Zwar läßt sich (22) durch Multiplikation mit τ umwandeln in

$$\frac{m}{N} \frac{v^2}{2} = \frac{3}{2} \cdot \tau RT = \frac{3}{2} \cdot kT \quad (23)$$

aber das wäre mit jedem beliebigen, auch beliebig kleinem τ möglich. Gl. (22) wie (23) ist deshalb auch mit einer Kontinuumstheorie im Sinn *Bernoullis* verträglich. Daß τ und damit auch die Boltzmann-Konstante k grundlegende Naturkonstanten sind, also einen ganz bestimmten Wert haben, läßt sich daher aus (23) keineswegs folgern.

7. Die Änderung des Wertes von n mit der Temperatur

Das mol wird gern definiert als "die Stoffmenge eines Systems bestimmter Zusammensetzung, das aus ebenso vielen Teilchen besteht, wie Atome in (12/1000) kg des Nuklids ^{12}C enthalten sind" (Gesetz über Einheiten im Meßwesen). Diese Definition ist geradezu ein Paradebeispiel für eine nicht-naturwissenschaftliche Verwendung unserer Anschauung. Der zitierte Satz hat nämlich nur dann einen verifizierbaren Inhalt, wenn man weiß, was ein "Teilchen" eines Stoffs ist. Tatsächlich machen wir uns gewöhnlich nicht bewußt, daß diese Frage überhaupt ein Problem darstellt. Bei gasförmigem Sauerstoff etwa sind die Teilchen "selbstverständlich" die O_2 -Moleküle, nicht die O-Atome, während es bei festem Kohlenstoff ebenso "selbstverständlich" die C-Atome sind. Nach welchen Kriterien entscheiden wir da eigentlich, wann sind die Atome die Teilchen und wann die Moleküle? Schließlich ist ein C-Kristall, etwa Diamant, doch nichts anderes als ein ungeheuer großes Molekül. Wäre es da nicht angezeigt, den ganzen Kristall als *ein* Teilchen aufzufassen im selben Sinn wie ein O_2 -Molekül als *ein* Teilchen betrachtet wird?

Um der Frage weiter nachzugehen, betrachten wir dieselbe Portion Sauerstoff einmal in der Gasphase und zum zweiten bei tiefen Temperaturen in der flüssigen oder gar festen Phase. Hat die Größe n bzw. $N = n/\tau$ in der festen oder flüssigen Phase denselben Wert wie in der Gasphase? Sind also, in der uns vertrauten Atom- und Molekül-Anschauung formuliert, die Teilchen des festen Sauerstoffs O_2 -Moleküle oder O-Atome oder vielleicht noch andere Kombinationen aus O-Atomen?

Daß die Antwort auf diese Fragen nicht trivial ist, wird noch klarer, wenn man bedenkt, daß der Wert der Teilchenzahl N einer bestimmten, in materieundurchlässige Wände eingeschlossenen Portion Sauerstoff keineswegs konstant ist, sondern mit steigender Temperatur zunimmt, zunächst infolge Dissoziation, dann durch Ionisation, durch Paarerzeugung und immer weitere teilchen-erzeugende, d.h. den Wert von N erhöhende Prozesse. Diese Abhängigkeit des Wertes der Menge n bzw. der Teilchenzahl N von der Temperatur für eine bestimmte Portion eines Stoffs ist qualitativ in Abb. 2 dargestellt.

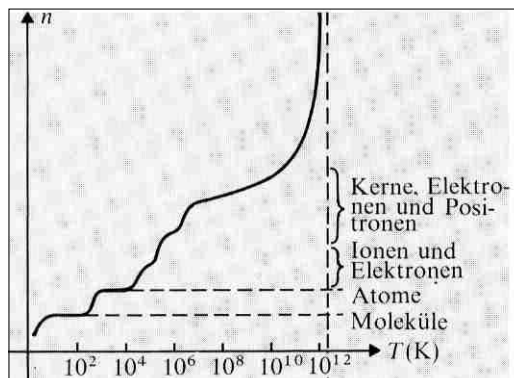


Abb. 2 Temperaturabhängigkeit der Menge n eines Stoffs, der in materieundurchlässige Wände eingeschlossen ist

Dabei stellt sich sofort ein Problem: Was bedeutet eigentlich die Bedingung “für eine bestimmte Portion Sauerstoff”? In unserer gewohnten Vorstellung heißt das ganz einfach, daß der betrachtete Stoff, in unserem Fall also der Sauerstoff, in materie-undurchdringliche Wände eingeschlossen bleibt. Da zur Steigerung der Temperatur aber Energiezufuhr notwendig ist, müssen die Wände für bestimmte Energieformen durchlässig sein. Als durchgelassene Form der Energie lassen wir nur Wärme $T dS$ zu. Die Kompressionsenergie $-p dV$ ist Null, solange das Volumen V konstant gehalten wird ($dV=0$). Die chemische Energie μdn – hierin ist μ das chemische Potential – ist voraussetzungsgemäß vom Durchtritt durch die Wände ausgeschlossen, da diese ja “materie-undurchlässig” sein sollen. Das bedeutet allerdings nicht, daß $\mu dn = 0$ ist, denn die Größe n kann ihren Wert außer durch Zufuhr und Entzug (die ja beide ausgeschlossen sind) auch noch durch Erzeugung oder Vernichtung ändern: Mit steigender Temperatur werden zunächst O-Atome erzeugt und gleichzeitig O_2 -Moleküle vernichtet, dann werden O-Ionen und Elektronen erzeugt, dann O-Kerne, Elektronen und Positronen, dann leichtere Kerne, dann Nukleonen etc.

Gar nicht berücksichtigt haben wir dabei die Photonen, die ebenfalls immer vorhanden sind und mit steigender Temperatur sogar das Übergewicht bekommen. Der Wert von n bzw. von N steigt schließlich so stark an, daß die Zufuhr von Energie nur noch dazu verwendet wird, um den Wert der Teilchenzahl N zu erhöhen, während die Temperatur kaum noch zunimmt.

Die Abb. 2 zeigt zunächst, daß *Materie* keine einfach abgrenzbare physikalische Qualität ist, wie man aufgrund beschränkter Erfahrung anzunehmen geneigt ist. Auch wenn man “materie-undurchlässige” Wände postuliert – von ihrer Realisierung ganz zu schweigen – hat man, wenn n die “Materiemenge” im gewohnten Sinn der Umgangssprache mißt, diese nicht in der Hand; sie ändert sich mit Zufuhr und Entzug von Energie. In manchen Zustandsbereichen ist die Änderung von n zwar nur geringfügig, so daß es aussieht, als sei der Wert von n konstant, aber in anderen Zustandsbereichen ist die Änderung von n bei der Zufuhr von Energie beträchtlich, und über hinreichend große Bereiche hinweg ist sie sogar beliebig groß.

Weiter zeigt Abb. 2, daß jeder Temperaturbereich, zu dem ein kleinerer Wert der Teilchenzahl N gehört, durch Energiezufuhr und damit durch “Teilchen-Erzeugung” die den Charakter einer N -Vervielfachung hat, in einen Temperaturbereich übergeht, zu dem ein größerer N -Wert gehört. Im gewohnten Gebrauch des Wortes Teilchen drückt sich das so aus, daß die bei höherer Temperatur auftretenden Teilchen aus den bei kleinen T -Werten auftretenden Teilchen durch *Zerfall* hervorgehen, so wie Atome aus den Molekülen, die Ionen und Elektronen aus den Atomen usw. Umgekehrt sind die zu kleineren T -Werten gehörenden Teilchen jeweils aus den zu größeren T -Werten gehörenden *zusammengesetzt*, so die Moleküle aus Atomen, die Atome aus Ionen und Elektronen, diese wieder aus Kernen und Elektronen usw. Man erhält so aus Abb. 2 die folgende Reihe

Kristall \leftrightarrow Molekülaggregate \leftrightarrow Moleküle \leftrightarrow Atome
 \leftrightarrow Ionen + Elektronen \leftrightarrow Kerne + Elektronen + Positronen + \leftrightarrow ...

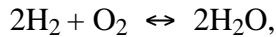
Wir haben die Reihe nach links gleich bis zum makroskopischen Kristall hin fortgesetzt, denn es ist nicht einzusehen, warum sie mit den Molekülen enden sollte. Daß sie nach links überhaupt endet, liegt daran, daß die Energie und die Entropie jedes Systems nach unten beschränkt sind. Dagegen ist nicht zu erwarten, daß die Reihe nach rechts abbricht, denn es gibt keine prinzipielle obere Schranke für die Werte sowohl der Energie als auch der Entropie eines Systems wie des betrachteten. Die Hoffnung, daß es irgendwelche “letzten Bausteine” der Welt gibt, ist deshalb unbegründet – was übrigens in voller Übereinstimmung steht mit unseren heutigen physikalischen Erkenntnissen.

Im letzten Abschnitt haben wir das Wort “Teilchen” mehrfach so verwendet, wie unsere Anschauung es uns nahelegt und wie wir es gewöhnt sind zu gebrauchen. Das schadet nicht, denn die Sätze bleiben wörtlich richtig, wenn man überall das Wort “Teilchen” durch “Wert von N ” ersetzt. Die Sätze bleiben nicht nur richtig, sie gewinnen sogar an naturwissenschaftlicher Zuverlässigkeit. Die Namen Atom, Molekül, Ion, Elektron,... offenbaren damit gleichzeitig ihre wahre physikalische Bedeutung: Sie bezeichnen be-

stimmte *Zustände* des betrachteten Systems und nicht, wie wir gewöhnt sind, irgend welche kleinen Objekte. Die Namen bezeichnen nämlich nur Werte-Kombinationen physikalischer Größen und damit Zustände – so wie auch die Namen von Stoffen nur Bezeichnungen sind für bestimmte Werte-Kombinationen physikalischer Größen. Wir kommen darauf noch zurück.

8. Die Menge als Größe mit Erzeugungs- und Vernichtungseigenschaft

Die in Abb. 2 dargestellte Abhängigkeit der Größe n bzw. $N = n/\tau$ von der Temperatur T demonstriert eine wichtige Eigenschaft dieser Größe: *Die Menge n bzw. die Teilchenzahl N kann ihren Wert sowohl durch Erzeugung als auch durch Vernichtung ändern*, sie genügt somit keinem Erhaltungssatz. Im Grunde genommen ist diese Feststellung nicht sonderlich überraschend, denn jeder weiß, daß das transzendente Vorbild der Größe N , nämlich die Anzahl der Stoff-Bausteine, keinem Erhaltungssatz genügt. In unserer Anschauung ist es selbstverständlich, daß diese Anzahl sich ändert, wenn Atome Moleküle bilden oder wenn umgekehrt Moleküle in Atome dissoziieren. So gehen bei der chemischen Reaktion



wenn sie von links nach rechts verläuft, 3 mol in 2 mol über, und wenn sie von rechts nach links läuft, 2 mol in 3 mol. Denkt man sich die Reaktion in einem von materie-undurchlässigen Wänden eingeschlossenen Raumgebiet ablaufen, so daß Materie weder zugeführt noch abgegeben werden kann, wird im ersten Fall also 1 mol “vernichtet”, im zweiten 1 mol “erzeugt”. Auf den ersten Blick mag diese Ausdrucksweise merkwürdig, vielleicht gar irritierend anmuten im Hinblick auf die Selbstverständlichkeit, daß sich bei einer Reaktion die Anzahl der Moleküle ändern kann. Vermutlich wird man argumentieren, daß von Materieerzeugung oder Materievernichtung dabei keine Rede sein könne, denn die Anzahl der Atome bleibe durchaus erhalten und damit auch die “Menge der Materie”. Daß das jedoch so einfach nicht geht, wissen wir bereits, denn wählt man die Temperatur nur genügend hoch, so setzt eine derartige Vervielfachung der Bausteine ein, daß auch von einer Erhaltung der Atome keine Rede mehr sein kann. Wir haben das bereits erwähnt, und wir werden darauf zurückkommen.

Zunächst wollen wir jedoch eine wichtige formale Konsequenz der “selbstverständlichen” Erzeugungs- und Vernichtungseigenschaft der Größe n auseinandersetzen, die keineswegs mehr so selbstverständlich erscheint. Wenn eine Größe die Eigenschaft hat, daß sie nach eigenem Belieben zunehmen oder abnehmen kann, läßt sich ihr Wert nicht dadurch festlegen, daß man ihre Zufuhr von außen oder ihre Abgabe nach außen unterbindet. Damit erhebt sich aber die Frage, warum sie dann überhaupt einen bestimmten Wert annimmt und wodurch dieser Wert festgelegt wird. Die Energie E eines physikalischen Systems erhält z.B. dadurch einen festen Wert, daß ihre Zufuhr und Entnahme gesperrt wird, daß das System, wie man sagt, *energetisch isoliert* wird. Der Wert von E kann nur dadurch geändert werden, daß dem System Energie von außen zugeführt oder entzogen wird. Das ist eine einfache Folge der allgemeinen Erhaltungseigenschaft der Energie. Bei der Entropie S eines Systems ist die Sachlage schon anders: Wird ihre Zufuhr und ihr Entzug gesperrt, wird das System, wie man sagt, also *adiabatisch isoliert*, so ist der Wert von S durch diese Isolation allein keineswegs festgelegt, denn die Entropie kann ja auch ohne Zufuhr von außen zunehmen, nämlich durch Erzeugung.

Was veranlaßt dann aber die Entropie, ihre Erzeugung irgendwann einzustellen und einen bestimmten Wert anzunehmen? Die Antwort ist geläufig: Die Entropie nimmt den größten Wert an, den sie unter den jeweiligen Bedingungen annehmen kann. Was aber sind diese “jeweiligen Bedingungen”? Sie haben offenbar die Funktion, die Entropie des Systems daran zu hindern, unbegrenzt zu wachsen, oder mathematisch gesprochen, eine obere Grenze für S festzulegen.

Um diese Frage zu untersuchen, betrachten wir ein physikalisches System, bei dem $-p dV = 0$ ist, entweder dadurch, daß der Wert seines Volumens V festgelegt wird, also $dV = 0$ ist, oder der Druck verschwindet, also $p = 0$ ist. Neben der Wärme $T dS$ soll das System dann noch die Energieform *chemische Energie* betätigen können, die wie alle Energieformen, die Gestalt eines Produktes μdn hat, in dem die Änderung dn der Menge n mit der zu n konjugierten Größe, dem chemischen Potential μ multipliziert erscheint. Die Änderungen der Energie E des Systems genügen dann der Gleichung

$$dE = TdS + \mu dn, \tag{25}$$

oder anders geschrieben,

$$dS = \frac{1}{T} dE - \frac{\mu}{T} dn. \tag{26}$$

Denkt man sich das System energetisch isoliert, der Energie E des Systems also einen festen Wert gegeben, so ist $dE = 0$, und man hat

$$dS = -\frac{\mu}{T}dn = -\frac{\mu\tau}{T}dN. \quad (27)$$

Nun kann die Teilchenzahl N einerseits aber beliebig zunehmen ($dN > 0$), etwa durch Zerfall der Moleküle in Atome, der Atome in Ionen und Elektronen, der Ionen und Elektronen in Kerne, Elektronen und Positronen usw. Andererseits kann der Wert von N aber auch abnehmen ($dN < 0$), nämlich durch die Umkehrung der genannten Zerfallsprozesse, also durch die Vereinigung von Ionen und Elektronen zu Atomen, von Atomen zu Molekülen, von Molekülen zu Molekülaggregaten, von diesen wieder zu Kristallen. Hat nun μ/T einen negativen Wert, so ist $(-\mu\tau/T) dN$ positiv, wenn $dN > 0$, die Teilchenzahl N also zunimmt; nach (27) nimmt dann auch S zu. Das kann "von selbst" geschehen, nämlich durch Erzeugung von Entropie und damit ohne Wechselwirkung mit einem anderen System, also auch unter energetischer Isolation, und zwar 'ad infinitum' oder so lange, bis das Vorzeichen von μ/T umschlägt, μ/T also positiv wird. Eine weitere Zunahme des Wertes von N wäre dann mit $dS < 0$, also mit Abnahme der Entropie verknüpft, was unter energetischer Isolation des Systems nicht möglich ist, da bei $T \neq 0$ eine energetische Isolation gleichzeitig auch eine adiabatische Isolation ist (denn wenn das System Entropie dS austauschen könnte, so würde es auch Energie in der Form TdS austauschen). Ist umgekehrt μ/T positiv, so ist $(-\mu\tau/T) dN$ positiv, wenn $dN < 0$, der Wert der Teilchenzahl N also abnimmt; nach (27) nimmt dann S zu. Das wieder kann "von selbst" geschehen, und zwar 'ad infinitum' oder so lange, bis das Vorzeichen von μ/T umschlägt, μ/T also negativ wird. Das Fazit unserer Überlegung ist, daß die Größe n und damit auch die Teilchenzahl N , wenn ihre Erzeugung oder Vernichtung nicht gehemmt wird, einen Wert annimmt, der durch $\mu/T = 0$, für endliche Temperaturen also durch $\mu = 0$ bestimmt ist.

Wir haben somit das wichtige Resultat: In Zuständen, in denen die Entropie eines Systems bei gegebenem Wert der Energie maximal ist, hat die Menge n bzw. die Teilchenzahl N des Systems einen Wert, der durch die Bedingung $\mu = 0$ bestimmt ist, also durch die Bedingung, daß das zu n gehörige chemische Potential μ den Wert Null hat.

Dasselbe Resultat, nämlich daß bei freier Erzeugbarkeit und Vernichtbarkeit der Teilchenzahl N sich ihr Wert so einstellt, daß $\mu = 0$ ist, ergibt sich nicht nur unter der Bedingung gegebenen festen Wertes der Energie des Systems, sondern unter beliebigen Bedingungen, denen das System unterworfen werden kann. Nur nimmt dann nicht gleichzeitig, wenn $\mu = 0$ wird, die Entropie S des Systems den größten Wert an, den sie unter der jeweils gestellten Bedingung annehmen kann. Man kann als Bedingung sogar vorschreiben, daß die Entropie S des Systems konstant bleiben soll; dann wird $\mu = 0$, wenn die Energie E des Systems den kleinsten Wert annimmt, den sie bei dem gegebenen Wert von S haben kann. Eine häufig auftretende Bedingung ist, daß weder E noch S konstant bleiben sollen, sondern die Temperatur T des Systems. Dazu stellt man sich gewöhnlich vor, daß das System an ein Wärmereservoir der Temperatur T angekoppelt wird. Unter dieser Bedingung wird der Wert $\mu = 0$ dadurch erreicht, daß gleichzeitig E so klein und S so groß wird wie es unter der gegebenen Bedingung $T = \text{const.}$ möglich ist. Dieser Sachverhalt läßt sich auch so ausdrücken, daß der Ausdruck $E - TS$, die sogenannte freie Energie F des Systems, ihren kleinsten Wert annimmt. Man kann sich noch viele andere Bedingungen ausdenken, denen man das System unterwerfen kann, aber wie immer die Bedingung auch lautet, solange N beliebig erzeugt und vernichtet werden kann, nimmt es denjenigen Wert an, für den $\mu = 0$ ist.

9. Das Problem der Materiemenge, Elementarteilchen

Das Ergebnis des letzten Abschnitts ist auf den ersten Blick entmutigend, sagt es doch, daß die Größe n bzw. die Teilchenzahl N gar nicht genau das ausdrückt, was wir meinen, wenn wir von einer "Materiemenge" oder einer "Materieportion" sprechen. Jeder findet es eigentlich selbstverständlich, daß mit diesem Wort etwas gemeint ist, das unabhängig ist von der Temperatur des Stoffs. Der Wert der Teilchenzahl N hängt aber nicht nur ab von dem, was wir intuitiv die "Menge der eingeschlossenen Materie" nennen, sondern auch von der Temperatur. Nur wenn die Temperatur konstant gehalten wird, gibt der Wert der Teilchenzahl N ein Maß für das ab, was man eigentlich im Auge hat.

Das Problem, um das es hier geht, ist im Grunde nicht neu. In der Geschichte der Naturwissenschaft ist es auch an anderer Stelle aufgetreten, z.B. in der ersten Hälfte des vorigen Jahrhunderts, als die Chemiker jahrzehntelang das *Avogadro*sche Molekülkonzept ablehnten. Nach damals gültiger Auffassung sollte es für jeden Stoff eine kleinste Mengen-Einheit geben, unabhängig davon in welcher Form der Stoff vorliegt. Den Elementen, d.h. den unzerlegbaren Stoffen war als kleinste Mengen-Einheit das Atom zugeordnet, den zerlegbaren Stoffen dagegen das aus Atomen der Elemente zusammengesetzte Molekül. Daß ein Molekül und kein Atom die kleinste Mengen-Einheit auch eines Elements sein sollte, wie *Avogadro* es von den Nicht-Edelgasen behauptete, paßte nicht in dieses Bild. Als schließlich das Molekülkonzept *Avogadro*s doch akzeptiert wurde, tat man es vermutlich in der Gewißheit, daß die "eigentlichen" Mengen-Einheiten der Materie doch die Atome seien. Sie waren die unveränderlichen, unzerstörbaren "letzten" Bausteine der

Materie. Die Moleküle konnte der Chemiker in andere umwandeln, die Atome nicht. In der Charakterisierung von Materiemengen wählte man sich daher sicher, wenn man die Art und die Anzahl der Atome angab, die eine vorgelegte Materieportion enthält.

Diese Sicherheit wurde ein wenig erschüttert, als sich in der Erscheinung der Ionisation ankündigte, daß das Atom nicht jene Unveränderlichkeit und Unzerstörbarkeit besitzt, auf die man sich verlassen hatte. Immerhin konnte man sich damit trösten, daß ein Ion nur eine Art anderer Zustand eines Atoms ist, der sich immer wieder rückgängig machen läßt, so daß das Atom letztlich doch es selbst blieb. Schwerer wog dann allerdings die Entdeckung, daß die Atome die angenommene Unveränderlichkeit mit Sicherheit nicht haben, sondern daß sie ihrerseits in andere, elementarere Teilchen zerfallen konnten, also in einem ähnlichen Sinn Verbindungen jener "Elementarteilchen" sind wie die Moleküle Verbindungen der Atome. Die Folge dieser Entdeckung für die Frage nach der Charakterisierung des Begriffs der Materieportion wurde allerdings dadurch verdrängt, daß man die Umwandelbarkeit der Atome für praktisch irrelevant hielt. Thermodynamik der Gase, Chemie und Kern-Chemie wurden in säuberlich getrennte Lehrgebiete geschieden.

Worum geht es eigentlich bei dem Begriff "Materieportion"? Die Antwort scheint völlig klar: Es geht darum, in quantitativer Form auszudrücken, wieviel von einem Stoff in einem Raumbereich enthalten ist, der von "materie-undurchlässigen" Wänden begrenzt wird. Dabei erwarten wir, daß der Wert der Größe, die das Gewünschte leistet, unabhängig sein soll vom Druck und der Temperatur oder noch deutlicher, von der Energie und der Entropie des Stoffs. Wir möchten, daß die Mengenangabe unabhängig sein soll davon, was mit dem Stoff sonst noch geschieht. Die Größe, die wir suchen, soll somit die Eigenschaft haben, daß ihr Wert sich nicht ändert, solange die Wände keine Materie durchlassen, wobei der Begriff "Materie" allerdings physikalisch bisher noch gar nicht faßbar ist. Die gesuchte Größe darf deshalb nicht erzeugbar oder vernichtbar sein, denn das bedeutete, daß sich ihr Wert auch unter Abschluß des Systems ändern könnte. Sie darf ihren Wert nur durch Zustrom oder Entzug ändern können, d.h. aber, daß sie einen *generellen Erhaltungssatz* befolgen muß. Diese Bedingung erfüllt, wie wir gesehen haben die Menge n bzw. die Teilchenzahl N nicht, denn sie kann erzeugt und vernichtet werden.

Die historische Suche nach den letzten Bausteinen, den "Elementarteilchen" der Materie war somit gleichzeitig die Suche nach einer Mengen-Größe mit genereller Erhaltungseigenschaft. Zunächst hielt man die Atome für die Elementarteilchen. Demgemäß spielte die "Anzahl der Atome" oder, wie wir lieber sagen wollen, die Größe *Atomzahl* die Rolle der Größe, die es erlaubte, die "Materieportion" auszudrücken. Das ging und geht solange gut, wie man sich auf Vorgänge beschränkt, bei denen diese Größe einen unbedingten Erhaltungssatz befolgt, d.h. solange die Atome als unveränderlich gelten können. Das ist bei nicht zu hohen Temperaturen bzw. kleinen Energien erfüllt, nicht aber bei höheren Energien. Die Atome bleiben dann keine "Elementarteilchen" mehr, sondern zerfallen ihrerseits in elementarere Elementarteilchen. Gleichbedeutend damit ist, daß die Atomzahl nun keinem Erhaltungssatz mehr genügt: Es können Atome verschwinden, d.h. vernichtet und eine größere oder kleinere Anzahl anderer Atome erzeugt werden. Mit Ausdehnung des Temperatur- bzw. Energiebereichs muß die Atomzahl somit einer neuen Größe weichen, deren Erhaltung nunmehr dazu dienen kann, den Begriff der Materieportion zu fassen. Diese neue Größe ist die *Nukleonzahl*. Sie gibt die "Anzahl der Nukleonen", also die Anzahl der Protonen und Neutronen an, die die Materieportion enthält. Die Nukleonen sind nunmehr die neuen, besseren Elementarteilchen, und die Nukleonzahl spielt nun die Rolle der Größe, mit der sich die von den materie-undurchlässigen Wänden eingeschlossene Materieportion messen läßt. Das geht gut bis zu Temperaturen, die in die Milliarden Kelvin reichen.

Dennoch wäre es verfehlt zu glauben, daß mit der Größe "Nukleonzahl" das Problem endgültig gelöst sei. Die Ergebnisse der Hochenergiephysik lassen keinen Zweifel daran, daß bei weiterer Steigerung der Temperatur bzw. Erhöhung der Energie die Nukleonzahl vom selben Schicksal ereilt wird wie vorher die Atomzahl. Auch sie bleibt nicht erhalten, sondern kann ihren Wert durch Erzeugung und Vernichtung ändern. Demgemäß bleiben auch die Nukleonen nicht mehr die Elementarteilchen, sondern müssen ihrerseits neuen Elementarteilchen Platz machen. Wir wollen das hier nicht weiter verfolgen. Unübersehbar drängt sich aber der Verdacht auf, daß dieses Verfahren beliebig fortsetzbar ist: Die Suche nach den "wirklichen" Elementarteilchen der Materie, nach den materiellen Repräsentanten der Ewigkeit, ist sozusagen die Suche des Bodens in einem Faß ohne Boden.

10. Ladungsartige Größen und Erhaltungseigenschaft

Mit der eben geäußerten Schlußfolgerung, daß die Suche nach den wahren Elementarteilchen vermutlich eine Jagd ohne Ende ist, stellt sich die Frage, ob es denn überhaupt Größen gibt, die unter der der Abb. 2 zugrundeliegenden Bedingung des Eingeschlossenseins durch materie-undurchlässige Wände einen festen Wert haben, die also einem generellen Erhaltungssatz genügen. Diese Frage ist, wie das Beispiel der elektrischen Ladung zeigt, eindeutig mit ja zu beantworten. Da die elektrische Ladung nach unserer Erfahrung nämlich immer an das geknüpft ist, was wir Materie nennen, ist die Forderung der Materieundurchlässigkeit der Wände gleichbedeutend damit, daß sie auch undurchlässig sind für elektrische Ladung. Nun ge-

nügt aber die elektrische Ladung einem generellen Erhaltungssatz, was bedeutet, daß sie ihren Wert nur durch Zufuhr oder Entzug ändern kann. Im Innern eines von ladungs-undurchlässigen Wänden umschlossenen Raumgebietes behält die elektrische Ladung also ihren Wert, gleichgültig wie hoch die Temperatur ist, wenn nur die Wände ladungsundurchlässig bleiben. Wird das Experiment der Abb. 2 mit elektrisch neutraler Materie, also mit dem Wert Null der Ladung begonnen, so bleibt, unabhängig vom Wert von T , dieser Wert Null der Ladung erhalten. Beim Zerfall der Atome in Ionen und Elektronen wie auch bei den weiteren Zerfällen, bei Paarerzeugung und sonstigen Prozessen wird immer ebensoviel positive wie negative Ladung erzeugt. Das System bleibt als Ganzes elektrisch neutral.

Für unser Problem der Kennzeichnung der Materiemenge stellt die elektrische Ladung allerdings keine Lösung dar. Sie hat bei neutraler Materie immer den Wert Null, gleichgültig ob es sich um viel oder wenig Materie handelt. Es gelingt somit nicht, mit ihrer Hilfe auszudrücken, um wieviel Materie es im Einzelfall geht.

Vergleicht man die vorher diskutierten, nur in gewissen Zustandsbereichen einem Erhaltungssatz genügenden Größen "Atomzahl" und "Nukleonzahl" mit der in allen Zustandsbereichen einem Erhaltungssatz genügenden elektrischen Ladung, so fällt auf, daß die beiden ersten nur positive, genauer nicht-negative Werte annehmen können, während die Ladung sowohl positiver als auch negativer Werte fähig ist. Dieser auf den ersten Blick recht bedeutungslos erscheinende Unterschied ist in unserem Zusammenhang jedoch von grundsätzlicher Wichtigkeit. Da nämlich n mit steigender Temperatur unbegrenzt zunimmt, droht jeder Größe, die zusammen mit der Temperatur T den Wert von n bestimmt und die ebenfalls nur positiver Werte fähig ist, das gleiche Schicksal. So wird den Atomen ihr Elementarteilchencharakter und damit die Erhaltungseigenschaft der Atomzahl in dem Augenblick zum Verhängnis, in dem der Wert der Teilchenzahl N größer wird als die Atomzahl. Tatsächlich fängt genau in diesem Zustandsbereich die Atomzahl an, Vernichtungs- und Erzeugungseigenschaft zu zeigen. Und analog steht es später, d.h. bei sehr viel höheren Temperaturen wieder mit den Nukleonen und der Nukleonzahl. Man sieht leicht ein, daß dieses Argument bei jeder Sorte von Elementarteilchen und der Größe, die ihre Anzahl mißt, zutrifft, wenn nur die Energie hinreichend gesteigert wird.

Wenn es also darum geht, physikalische Größen zu finden, die von dem Wachstum der Teilchenzahl N nicht bedroht werden, muß man nach Größen Ausschau halten, die ähnlich wie die elektrische Ladung sowohl positiver als auch negativer Werte fähig sind. Wir nennen solche Größen *ladungsartig*. Eine Zunahme von N kann bei derartigen Größen durch die gleichzeitige Erzeugung von positiven und negativen Werten der Größe aufgefangen werden. Ein einfaches und anschauliches Beispiel hierfür bildet die Ionisation, bei der zwar die Teilchenzahl N erhöht wird, die Ladung aber ihren Wert behält, da bei jedem Ionisationsvorgang ebensoviel positive wie negative Ladung erzeugt wird.

Tatsächlich hat nun die moderne Physik eine Reihe neuer Größen erfunden oder, wenn man lieber will, gefunden, die ladungsartig, also positiver wie negativer Werte fähig sind. Von diesen wollen wir nur zwei erwähnen, die für das Problem der Kennzeichnung der Materiemenge von besonderer Bedeutung sind. Sie tragen die Namen "Baryonzahl" und "Leptonzahl". Diese Namen sind nicht sehr glücklich gewählt, denn mit dem Wort "Zahl" verbindet man gewohnheitsmäßig zu leicht den Begriff der natürlichen, also nicht negativen ganzen Zahl, während es gerade eine wichtige, nach unserer Analyse für eine generelle Erhaltung sogar notwendige Eigenschaft der Größen ist, sowohl positive als auch negative Werte annehmen zu können. Außerdem wird durch die Benennung die Tatsache verschleiert, daß es sich bei beiden Größen um ganz normale physikalische Größen handelt, die ebenso viel oder ebenso wenig "Zahlen" sind wie die elektrische Ladung. Die Tatsache, daß beide Größen eine analoge Werte-Struktur haben wie die elektrische Ladung, veranlaßt uns, sie als ladungsartig zu bezeichnen. Es wäre daher besser, sie *baryonische Ladung* oder kurz *Baryonladung* und *leptonische Ladung* oder kurz *Leptonladung* zu nennen.

Die beiden Größen Baryonladung B und Leptonladung L sind, wie gesagt, ganz normale physikalische Größen, ebenso normal wie die vertraute elektrische Ladung Q . Sie sollten deshalb auch eine eigene Dimension erhalten, nämlich die Dimension "Baryonladung" und "Leptonladung". Beide Größen sind übrigens, wie die elektrische Ladung Q , *ganzzahlig quantisiert*. Das bedeutet, daß die scharfen Werte von B positive und negative ganzzahlige Vielfache einer *elementaren baryonischen Ladung* b sind, und die scharfen Werte von L entsprechend positive und negative ganzzahlige Vielfache einer *elementaren leptonischen Ladung* l . Als Baryonzahl läßt sich dann die dimensionslose Größe B/b und entsprechend als Leptonzahl die Größe L/l ansehen. Dem entspräche die Bezeichnung "elektrische Ladungszahl" für die dimensionslose Größe Q/e .

Wichtig ist, daß jede der drei ladungsartigen Größen B , L und Q und damit auch jede der drei dimensionslosen Größen B/b , L/l und Q/e einen *generellen Erhaltungssatz* befolgt. Ihre Werte an einem physikalischen System können deshalb nur dadurch geändert werden, daß entsprechende Beträge aller drei Größen von anderen Systemen geliefert oder aufgenommen werden.

Die drei Arten Ladung B , L und Q , die es, wie unsere heutigen Erkenntnisse uns nahelegen scheinen,

mindestens gibt, erlauben nun, das zu kennzeichnen, was wir *Materie* nennen. Wir sprechen nämlich immer dann von Materie, wenn ein Zustand vorliegt, in dem mindestens eine der beiden Größen B und L einen von Null verschiedenen Wert hat. Die Tatsache, daß, wie wir sagen, die elektrische Ladung immer an Materie gekoppelt ist, drückt sich z.B. so aus, daß wenn Q einen von Null verschiedenen Wert hat, auch B oder L (oder beide) einen von Null verschiedenen Wert haben müssen. Ist z.B. $Q \neq 0$ und $B \neq 0$, aber $L = 0$, so liegt ein Zustand vor, in dem es nur Baryonen gibt, etwa nur Protonen, Antiprotonen oder Hyperonen, dagegen entweder gar keine Elektronen, Antielektronen (Positronen), Myonen und Antimyonen oder ebenso viele Elektronen und Myonen wie Antielektronen und Antimyonen. Ist dagegen $Q \neq 0$ und $L \neq 0$, aber $B = 0$, so liegen entweder Elektronen, Antielektronen, Myonen oder Antimyonen vor, dagegen keine Baryonen oder ebenso viele Baryonen wie Antibaryonen. In Zuständen, in denen elektrisch neutrale Atome vorliegen, ist $B \neq 0$ und $L \neq 0$, aber $Q = 0$. Das zeigt, daß es durchaus Zustände gibt, in denen B und L von Null verschieden sind, Q dagegen den Wert Null hat.

Wir wollen hier nicht weiter in Details gehen, einmal weil das von unserem Gegenstand, nämlich der Menge n , wegführen würde, zum anderen aber auch, weil trotz des vielen, von der Hochenergiephysik gelieferten Materials keine Rede davon sein kann, daß man von den neuen ladungsartigen Größen B und L (sowie noch einigen weiteren, in der letzten Zeit wie Pilze aus dem Boden schießenden ladungsartigen Größen) eine vergleichbar gute Kenntnis hätte wie von der elektrischen Ladung. Im Augenblick stecken alle diese neuen ladungsartigen Größen noch in den Kinderschuhen, sie sind noch mehr einfache, wenn auch durchaus wirksame Mittel der "Teilchenzoologie" als Gegenstand einer fundierten physikalischen Theorie, wie etwa die elektrische Ladung Gegenstand der Maxwell'schen Theorie ist.

11. Die Hemmung der Teilchenzahl N

Obwohl die Menge n nicht die Materieportion in dem naiven Sinn mißt, den man ursprünglich damit verband, ist sie trotzdem ein Mittel, mit dem sich ausdrücken läßt, wie viel Materie vorhanden ist. Um das klar zu sehen, braucht man die Prozesse eines Systems nur einzuschränken auf solche, bei denen eine Erzeugung und Vernichtung von N verboten wird, bei denen N also einen festen Wert hat. Die Beschränkung auf derartige Prozesse ist der Forderung äquivalent, die Variabilität von N zu hemmen. Es gibt keinen Grund, derartige Forderungen mit Mißtrauen zu betrachten oder gar auszuschließen. Sie nach Bedarf anzunehmen und fallen zu lassen, ist im Gegenteil ein legales Mittel theoretischer Überlegungen, denn man verstößt dabei gegen kein Naturgesetz. Anders steht es mit der *Realisierung* derartiger Forderungen und der ihnen zugeordneten Prozesse. Bei manchen Systemen sind Zustandsbereiche, in denen N gehemmt ist, experimentell außerordentlich leicht realisierbar, ja es kann sogar ein Problem sein, eine Hemmung von N aufzuheben. Allerdings gibt es auch Systeme, bei denen Prozesse mit $N = \text{const.}$ so schwer realisierbar sind, daß sie leicht für prinzipiell unmöglich gehalten werden. In jedem Fall ist die Hemmung der Teilchenzahl N , also das Konstanthalten des Wertes von N , nicht nur für den Theoretiker, sondern auch für den Experimentator ein wichtiger, immer wieder benutzter Kunstgriff. So muß jede chemische Reaktion, die in einem Nicht-Gleichgewichtszustand beginnt und gegen einen Zustand chemischen Gleichgewichts strebt, anfangs gehemmt gewesen sein. Andernfalls gäbe es in dieser Welt überhaupt nur Gleichgewichtszustände. Die chemische Zusammensetzung der Welt wäre dann allein durch die Werte von Temperatur und Druck bestimmt.

Ein Beispiel einer N -Hemmung, die experimentell außerordentlich schwer zu lösen ist, ist die Hemmung gegen Kernumwandlungen. Dieser Hemmung verdanken die meisten chemischen Elemente ihre Existenz, insbesondere die leichten und die schweren Elemente. Wegen der elektrischen Abstoßung der Atomkerne bedarf es einer ziemlich großen Aktivierungsenergie, um eine Kernreaktion überhaupt in Gang zu setzen, die Hemmung also aufzuheben. Die H-Bombe und das Problem ihrer Zündung ist hierfür ein Beispiel. Ein System schließlich, in dem eine N -Hemmung auf grundsätzliche Schwierigkeiten stößt, ist Licht, das mit Materie in Wechselwirkung steht. Experimentell kennen wir Licht daher fast nur in Zuständen, in denen seine Teilchenzahl N nicht gehemmt ist. Der Wert der Teilchenzahl von Licht stellt sich unter diesen Umständen so ein wie wir es oben bei freier Erzeugung und Vernichtung von N diskutiert haben, nämlich daß das chemische Potential des Lichts den Wert $\mu = 0$ hat.

Als wichtige, historisch wohl zuerst von Schottky¹ gewonnene Einsicht über die Menge n bzw. die Teilchenzahl N notieren wir daher:

Wegen ihrer Erzeugungs- und Vernichtungseigenschaft erscheint die physikalische Größe n bzw. die Teilchenzahl $N = n/\tau$ nur dann an einem System als unabhängige physikalische Variable, wenn sie gehemmt werden kann.

Wenn man also sagt, ein System habe r unabhängige Teilchenzahl-Variablen $N_1 = n_1/\tau, \dots, N_r = n_r/\tau$ oder,

¹ W. Schottky, H. Ulich, C. Wagner: Thermodynamik, Springer-Verlag, Berlin 1929

was dasselbe bedeutet, es bestehe aus r verschiedenen Stoffen, so drückt man damit aus, daß das System r unabhängige, hemmbare Teilchenzahl-Variablen N_1, \dots, N_r besitzt. Als hemmbar gilt dabei übrigens schon eine Variable, deren Gleichgewichtswerte einer vorgegebenen Zustandsänderung des Systems nicht schnell genug folgen können. Ein System zeigt deshalb umso mehr unabhängige Teilchenzahl-Variablen, je schneller die Vorgänge ablaufen, für die man sich interessiert. Umgekehrt "verschwinden" Teilchenzahl-Variablen des Systems als unabhängige Größen des Systems, sobald ihre Gleichgewichtswerte sich so schnell einstellen, daß sie den betrachteten Vorgängen ohne merklichen Verzög folgen. Je schneller sich an einem System die Teilchenzahl-Gleichgewichte einstellen, umso weniger tritt somit die Eigenschaft des Systems hervor, ganzzahlig quantisierte Teilchenzahl-Variablen zu besitzen, oder wie wir gewohnt sind zu sagen, "aus Teilchen zu bestehen". Licht, das mit Materie im Gleichgewicht steht, stellt hierfür einen Extremfall dar: Jahrhunderte lang merkte man gar nicht, daß es überhaupt Teilchenzahl-Variablen besitzt.

12. Stoffe, Teilchensorten

Was sind die wichtigsten Eigenschaften der Größe Menge n , und wie geht man am zweckmäßigsten mit ihr um? Die erste allgemeine Regel ist, daß die Menge n eine Größe ist wie jede andere mengenartige, additive oder bilanzierbare physikalische Größe auch, also wie die Energie (bzw. die Masse = Energie/ c^2), die Entropie, die Ladung, der Drehimpuls. Hinzu kommt, daß die Menge ganzzahlig quantisiert ist und ihre Werte nicht negativ sein können. Wenn man im Zweifel ist, ob in einer Aussage die Menge n oder die Teilchenzahl N korrekt verwendet wird oder nicht, ersetze man in der Aussage das Wort "Teilchenzahl" oder "Menge" durch das Wort "Energie" oder "Entropie" und sehe, ob in der so resultierenden Aussage die Größen E oder S richtig gebraucht sind. So ist es z.B. korrekt zu sagen, die Menge eines Gases habe den oder jenen Wert, und ebenso ist die Formulierung korrekt, wenn auch ungewohnt, das Gas enthalte so und so viel Menge; dagegen ist es inkorrekt, in gewohnter Weise davon zu sprechen, daß eine bestimmte Menge eines Gases oder eine bestimmte Gas-Menge vorliege.

Eine weitere Regel ist, daß ein physikalisches System im allgemeinen mehrere unabhängige Teilchenzahl-Variablen N_1, \dots, N_r , besitzt. Das bedeutet nicht, wie man leicht zu schließen geneigt ist, daß es mehrere unterschiedliche Mengen-Arten bzw. Teilchenzahl-Arten gibt, sondern lediglich, daß das System mehrere voneinander unabhängige Möglichkeiten von Zustandsänderungen hat, die durch innere Gleichgewichte voneinander abhängig werden können. Ein Beispiel möge das erläutern. Die Zustände eines Systems "Flüssigkeit + Dampf" werden gewöhnlich dadurch festgelegt, daß man neben der Temperatur T des Systems die Werte von zwei Teilchenzahl-Variablen ("Teilchensorten") N_1 und N_2 angibt, nämlich die Menge der flüssigen (1) und gasförmigen (2) Phase. Die Energie E des Systems ist dann gegeben durch einen Ausdruck der Form $E = e_1 N_1 + e_2 N_2$, worin e_1 und e_2 die nur von T abhängige Größe "Energie/Menge" für die beiden Phasen bezeichnen. Das sieht auf den ersten Blick so aus, als wäre es ein Charakteristikum des Systems, zwei unterschiedliche Mengen- bzw. Teilchenzahl-Variablen N_1 und N_2 zu besitzen, dagegen nur eine einzige Energie E . Tatsächlich lassen sich die Zustände des Systems aber auch ganz anders festlegen, nämlich durch die Angabe von T sowie die Werte von zwei Energie-Variablen E_1 und E_2 , nämlich die Energie der flüssigen und der gasförmigen Phase. Dann drückt sich die Gesamt-Teilchenzahl $N = N_1 + N_2$ des Systems z.B. aus in der Form $N = E_1/e_1 + E_2/e_2$, worin e_1 und e_2 wieder dieselben, allein von T abhängigen Größen des Systems sind wie oben. Um die Zustände des Systems zu fixieren, lassen sich also ebenso gut zwei Energie-Variablen wählen wie zwei Teilchenzahl-Variablen, ja man könnte statt dessen auch zwei Entropie-Variablen wählen oder noch andere Paare. Das bedeutet jedoch keineswegs, daß es verschiedene Sorten Energie oder verschiedene Sorten von Teilchenzahlen gebe. Es gibt nur eine physikalische Größe "Energie" und ebenso auch nur eine physikalische Größe "Menge" bzw. "Teilchenzahl". Beschränkt man sich auf die inneren Gleichgewichtszustände des Systems, d.h. auf Zustände des Gleichgewichts zwischen Dampf und Flüssigkeit, so sind N_1 und N_2 nicht mehr unabhängige Variablen des Systems, ihre Werte sind vielmehr durch die Gesamtteilchenzahl N (sowie T und V) bestimmt. Entsprechend sind dann auch E_1 und E_2 abhängig und durch E bestimmt.

Aber kennzeichnen die Indizes $1, \dots, r$ der Teilchenzahl-Variablen N_1, \dots, N_r , nicht die verschiedenen Stoffe? Die Antwort ist ja und nein. Die Antwort ist deshalb nicht eindeutig, weil die Bedeutung des Wortes "Stoff" im alltäglichen wie im wissenschaftlichen Sprachgebrauch nicht eindeutig festliegt. Ist Eis ein anderer Stoff als flüssiges Wasser und dieses wieder ein anderer Stoff als Dampf? Oder ist ein Gas aus H-Atomen ein anderer Stoff als ein Gas aus H_2 -Molekülen? Man wende nicht ein, es gebe kein Gas aus H-Atomen. H-Gas ist der im Weltall am meisten vorkommende Stoff, und nur unter irdischen Bedingungen – und auch dort nur wegen der Notwendigkeit, das H-Gas in Wände einzuschließen, die für die Reaktion $2H \leftrightarrow H_2$ enthemmend, also als Katalysator wirken – ist seine Herstellung ein experimentelles Kunststück. Man kann sicher sein, daß die Antworten recht verschieden ausfallen je nachdem, ob man einen Chemiker oder einen Physiker fragt. Um es kurz zu machen: Für die Thermodynamik ist Eis ein anderer Stoff als

flüssiges Wasser und dieses wieder ein anderer als gasförmiges Wasser. Ebenso sind H-Gas und H₂-Gas verschiedene Stoffe. Doch nicht genug damit, auch Para-H₂-Gas und Ortho-H₂-Gas sind nach ihr verschiedene Stoffe, ja sogar ein H₂-Gas, dessen Moleküle alle im selben Molekül-Zustand sind, und ein H₂-Gas, dessen Moleküle ebenfalls in ein und demselben Molekül-Zustand sind, der jedoch von dem des ersten Gases verschieden ist, werden von der Thermodynamik als verschieden deklariert.

Was aber veranlaßt die Theorie, all das verschiedene Stoffe zu nennen? Die Antwort lautet: Weil ihre Zustände nicht dieselben sind. Um diese Antwort zu verstehen, erinnern wir daran, daß man von einem Zustand dann spricht, wenn jede physikalische Größe einen Wert hat. Zwei Zustände sind also dann verschieden, wenn es mindestens eine physikalische Größe gibt, die in den beiden Zuständen nicht denselben Wert hat. Liegt also ein Gas 1 vor und ein Gas 2 und betrachtet man einen Zustand von 1 und einen von 2, in denen die Größen T , V , N jeweils die gleichen Werte haben, so müssen, wenn 1 und 2 der gleiche Stoff sein soll, auch die Energie E und die Entropie S in beiden Zuständen denselben Wert haben. Haben jedoch E oder (und) S unterschiedliche Werte, so sind 1 und 2 verschieden. Das ist in allen oben angeführten Beispielen der Fall. Ein "Stoff" ist thermodynamisch also dadurch charakterisiert wie die Energie E und die Entropie S , genauer die Kombination $E-TS$, also die freie Energie F , von T , V und N abhängt, keineswegs aber durch bloße Benennung also Namensgebung einer Größe, welche Rolle ein Index spielen würde. Ein Stoff ist physikalisch nichts anderes als eine bestimmte Kombination mengenartiger Größen, allen voran Energie, Entropie und Menge. Gibt man einem Stoff einen Namen, so bedeutet das, daß man der ihn kennzeichnenden Größen-Kombination einen Namen gibt.

In einer strengeren Formulierung der Theorie sollte man das Wort "Stoff" möglichst gar nicht gebrauchen, sondern durch ein Wort ersetzen, das als Folge der Umgangssprache weniger vorgeprägt ist. Besser wäre das Wort "Teilchensorte", da damit weniger einschränkend wirkende Gefühle und Vorstellungen verbunden sind. Aber selbst dieses Wort schafft in seinem gewohnten sprachlichen Umfang noch nicht die volle Freiheit, die die Theorie braucht. Wenn wir sagen, ein physikalisches System habe r unabhängige Teilchenzahl-Variablen N_1, \dots, N_r , so meinen wir, daß es auf r voneinander unabhängige Weisen chemische Energie austauschen kann. Statt der r Variablen N_1, \dots, N_r kann man dazu aber ebenso gut r andere N'_1, \dots, N'_r nehmen, die Linearkombinationen der N_1, \dots, N_r sind. Betrachtet man nun jede der Variablen N_i als Repräsentant einer "Teilchensorte", so muß man das konsequenterweise auch mit den N'_j tun. Da die N'_j Linearkombinationen der N_i sind, gilt dasselbe für die so erklärten "Teilehsorten", d.h. die Teilchensorten bilden die Elemente eines Vektorraums, kurz: Teilchensorten sind Vektoren.

13. Die "Teilchen" eines Systems

Die Teilchenzahl $N = n/\tau$ ist, wie wir sagten, intuitiv leichter zu verwenden als die Menge n , obwohl es sich im Grunde um dieselbe Variable handelt. Soll das heißen, daß man sich unter der Größe Teilchenzahl N doch eine Anzahl von Objekten vorstellen darf, etwa gar die Anzahl der kleinen Körper unserer anfangs als suspekt hingestellten Anschauung? Nein, unsere Anschauung bleibt, soweit sie den Anspruch erhebt, Grundlage des physikalischen Bildes der Welt zu sein, nach wie vor suspekt. Dennoch läßt sich die Teilchenzahl als eine Anzahl auffassen, allerdings nicht als die Anzahl kleiner körperlich-geometrischer Gebilde, sondern als eine Anzahl bestimmter Werte-Kombinationen physikalischer Größen eines Systems, z.B. bestimmter Kombinationen von Impuls- und Energie-Werten, d.h. bestimmter "elementarer" Energie-Impuls-Transporte des Systems. Ob und wann diesen Energie-Impuls-Transporten ohne Schaden außerdem körperlich-geometrische Attribute angehängt, sie also als kleine Körper vorgestellt werden dürfen, läßt sich nicht generell, sondern nur von Fall zu Fall entscheiden. Was wir mit dem Wort "Atom" oder "Molekül" meinen, sind derartige elementare Energie-Impuls-Transporte eines Systems, bei denen die Verknüpfung von Energie und Impuls durch die Masse des Atoms oder Moleküls angegeben wird. Wichtig für uns ist, daß das, was man gewöhnlich die "Teilchen" eines Systems nennt, also Zustände sind, in denen die Werte von Energie und Impuls auf eine bestimmte, für das System charakteristische Weise miteinander verknüpft sind. Diese Zustände äußern sich als charakteristische Energie-Impuls-Transporte durch das System.

Nach gängiger Anschauung und in gewohnter Sprache besteht Wasserstoffgas aus H₂-Molekülen. Um auszudrücken, wieviel Wasserstoff vorhanden ist, benutzt man deshalb eine Teilchenzahl-Variable N , deren Wert wir gewohnheitsgemäß mit der als von außen vorgegebenen betrachteten Anzahl der H₂-Moleküle identifizieren. Eine genauere Beschreibung berücksichtigt, daß neben den H₂-Molekülen auch H-Atome vorkommen, so daß bei einer genaueren Beschreibung Wasserstoffgas aus H-Atomen und H₂-Molekülen besteht. Dem Wasserstoffgas werden dann zwei Teilchenzahl-Variablen N_1 und N_2 zugeschrieben, von denen die erste die Anzahl der H-Atome, die zweite die Anzahl der H₂-Moleküle mißt. Die Gesamtteilchenzahl ist $N = N_1 + N_2$. Nun können H-Atome und H₂-Moleküle sich ineinander umwandeln gemäß der Reaktionsgleichung $2\text{H} \leftrightarrow \text{H}_2$. Erfolgt die Umwandlung ungehemmt, so stehen H-Atome und H₂-Moleküle

untereinander im chemischen Gleichgewicht. N_1 und N_2 sind dann keine unabhängigen Variablen, d.h. ihre Werte können nicht beliebig vorgegeben werden, sondern sind durch die Temperatur T bestimmt. Dasselbe gilt dann auch für die Gesamtteilchenzahl $N = N_1 + N_2$. Unabhängig von der Temperatur ist, falls diese nicht zu hohe Werte annimmt, lediglich die Atomzahl $\alpha = N_1 + 2 N_2$ (oder die Nukleonenzahl, die im Fall des Wasserstoffs übrigens denselben Wert hat wie die Atomzahl). Im H-H₂-Gleichgewicht ist es also im Grunde überflüssig, dem Wasserstoff zwei Teilchenzahl-Variablen N_1 und N_2 zuzuschreiben, ja nicht einmal die Gesamtteilchenzahl N ist eine unabhängige Variable, sondern nur eine bestimmte Linearkombination von N_1 und N_2 , die wir die Atomzahl α nennen.

Anders ist die Situation allerdings, wenn die Variablen N_1 und N_2 gehemmt sind, das Gleichgewicht der Reaktion $2\text{H} \leftrightarrow \text{H}_2$ sich also nicht einstellen kann. Dann sind N_1 und N_2 unabhängige Variablen des Systems. Man spürt sie bei gegebener Temperatur und gegebenem Volumen im allgemeinen sowohl in der Energie E als auch in der Entropie S des Systems: Die Funktion $E(T, V, N_1, N_2)$ hängt von N_1 anders ab als von N_2 , und dasselbe gilt für die Funktion $E(T, V, N_1, N_2)$. In dem Unterschied der N_1 - und N_2 -Abhängigkeit von E macht sich der Energieunterschied zwischen einem H-Gas und einem H₂-Gas bemerkbar und damit die Bindungsenergie der H₂-Moleküle. Entsprechend macht sich in der unterschiedlichen N_1 - und N_2 -Abhängigkeit von S der Entropieunterschied zwischen H-Gas und H₂-Gas bemerkbar. Dieser Unterschied ist für unsere Zwecke wesentlich wichtiger als der in der Energie, denn in ihm drückt sich in einer physikalischen Größe, nämlich S , aus, daß – wie unsere Anschauung von der Bindung es nahelegt – die durch die H₂-Moleküle dargestellten Energie-Impuls-Transporte dadurch zustandekommen, daß die durch die H-Atome dargestellten Energie-Impuls-Transporte nicht mehr unabhängig bleiben, sondern korreliert werden. In gewohnter Ausdrucksweise beschreiben wir das so, daß die H-Atome sich zu neuen “Teilchen” des Systems zusammensetzen, nämlich H₂-Moleküle bilden. Die Entropie ist gegen diese Art Korrelation, d.h. Bildung zusammengesetzter Teilchen sehr empfindlich und zeigt sie deutlich in ihren Werten.

14. Gesamtteilchenzahl und Gasgleichung

Das Beispiel des letzten Abschnitts demonstriert zunächst die uns schon bekannte Regel, daß in Zuständen inneren Gleichgewichts unterschiedliche Teilchenzahl-Variablen eines Systems nicht unmittelbar spürbar werden. Die sich in diesen Zuständen geradezu aufdrängende Variable ist die Atomzahl, denn ihr Wert ist von außen, etwa durch Abwägen einer bestimmten Portion des Stoffs vorgebar. Die nächstzugängliche Variable ist die Gesamtteilchenzahl N des Systems. Ihr Wert läßt sich, wenn das System in Gaszuständen vorliegt, mit Hilfe von Druck-, Volumen- und Temperatur-Messungen aus der Gasgleichung bestimmen. Daß man so immer die Gesamtteilchenzahl N erhält, bedarf eigentlich einer genaueren Untersuchung, aber diese würde den Rahmen des vorliegenden Aufsatzes sprengen. Die *Bernoullischen* Überlegungen machen jedoch die Behauptung plausibel, daß die in der Gasgleichung auftretende Teilchenzahl-Variable N die Gesamtteilchenzahl ist. Man braucht dazu den Begriff des individualisierbaren, geometrischen Massenpunkts nur zu ersetzen durch den des nicht-individualisierbaren und im allgemeinen auch nicht lokalisierbaren Energie-Impuls-Transportes. Auch dann erhält man den für die Gasgleichung typischen Zusammenhang zwischen Druck und Energiedichte. Da in den so abgewandelten *Bernoullischen* Überlegungen nicht mehr der individualisierbare Massenpunkt vorkommt, sondern der nicht-individualisierbare Energie-Impuls-Transport, müssen die Überlegungen auch auf Licht anwendbar sein, so daß auch die Menge eines “Lichtgases”, d.h. eines Strahlungshohlraums der Gasgleichung genügen muß. Daß das tatsächlich zutrifft, wird in dem Aufsatz von *P. Würfel* “Die Menge von Licht” auseinandergesetzt. Es zeigt sich, daß die Photonen ebenso wenig identisch sind mit den Teilchen, nämlich den elementaren, voneinander unabhängigen Energie-Impuls-Transporten des Lichtgases wie die Atome identisch sind mit den Teilchen eines materiellen Gases.

Licht ist außerdem ein Beispiel dafür, daß die Korrelation von Energie-Impuls-Transporten, also ihr Abhängigwerden voneinander nicht auf einer die Energie absenkenden Wirkung im Sinne eines räumlichen Zusammenlagerns und damit Zusammengehens der Transporte beruht. Der Physiker spricht hier traditionell von “Phasenbeziehungen”, von der Wellennatur des Transportvorgangs oder, seit es die Quantenmechanik gibt, von *Bose-Statistik*. Licht ist das vertrauteste Beispiel für diese Art Korrelation, der Festkörper bei tiefen Temperaturen bildet ein anderes Beispiel. Auch beim Festkörper, wozu übrigens auch das bis $T = 0$ flüssige Helium zu zählen ist, hat zunächst die Atomzahl α den Vorzug, eine unabhängige, hemmbare Variable zu sein, deren Wert von außen vorgegeben werden kann. Deshalb wird sie auch gern benutzt, um auszudrücken, wie groß ein betrachtetes Stück kondensierte Materie ist. Die Gesamtteilchenzahl N dieses Stücks Materie ist davon aber wohl zu unterscheiden. In Gleichgewichtszuständen – und diese hat man meist im Auge – ist N keine unabhängige Variable, ihr Wert ist vielmehr durch die Temperatur T bestimmt. Für genügend hohe Werte von T (*Dulong-Petit-Bereich*) hat N nahezu denselben Wert wie die Atomzahl α , so daß man dort zwischen N und α nicht zu unterscheiden braucht. Geht aber T gegen Null, so nimmt N stark ab, und zwar mit T^3 . Hierin drückt sich aus, daß nur bei hohen Temperaturen die durch

die Atome repräsentierten Energie-Impuls-Transporte voneinander unabhängig sind und somit die elementaren Zustände, die Teilchen des Systems bilden. Mit sinkender Temperatur werden diese aber immer stärker korreliert, also mehr und mehr voneinander abhängig. Die Teilchen des Festkörpers sind demgemäß bei tiefen Temperaturen nicht mehr die Atome, sondern andere Energie-Impuls-Transporte des Systems. Diese Transporte zeigen nicht mehr den für das Atom typischen Zusammenhang zwischen Impuls p und der damit transportierten Energie e , nämlich $e = p^2/2m + e_0$, sondern einen anderen Zusammenhang, der, abgesehen vom Betrag, ähnlich ist wie beim Licht, nämlich $e = u p$. Demgemäß haben die Teilchen des Festkörpers bei tiefen Temperaturen Ähnlichkeit mit den Teilchen des Lichts, des Strahlungshohlraums; lediglich ihre Transportgeschwindigkeit u ist sehr viel kleiner (Schallgeschwindigkeit im Festkörper) als die Lichtgeschwindigkeit c .

15. Terminologie und Anschauung

Zum Schluß wollen wir noch einmal auf die Frage der Terminologie zurückkommen, denn Wörter und Namen haben eine unleugbare Beziehung zu unseren Gefühlen und damit zu dem, was wir anschauliches Verstehen nennen. Dabei geht es um die Größe n , die vom Normenausschuß den gesetzlichen Namen "Stoffmenge" erhalten hat. In möglichst engem Anschluß daran haben wir das Wort "Menge" gewählt, da Stoff- oder Materiemenge, wie wir gezeigt haben, ihre Problematik besitzen. Da aber beide Wörter, Stoffmenge und Menge, Wörter der Umgangssprache sind, läßt sich nicht vermeiden, daß die mit diesen Wörtern gewohnheitsmäßig verknüpfte Anschauung auch im Zusammenhang mit der Größe n wirksam wird. Wie wir gesehen haben, muß das zu Verständnisschwierigkeiten führen, denn die physikalische Größe Menge n repräsentiert nicht genau das, was man landläufig mit der Wendung "Menge eines Stoffs" auszudrücken sucht. Zwar leistet sie unter Umständen das Gewünschte, aber es gibt Fälle, wo sie dem Gefühl direkt zuwiderläuft. Das Wort Teilchenzahl bringt, wie wir schon sagten, die physikalische Natur der Größe n bzw. N und unsere Anschauung schon besser in Übereinstimmung als das Wort Menge. Aus diesem Grund haben wir die vorhandene terminologische Freiheit ausgenutzt und die dimensionslose Größe $N = n/\tau$ die Teilchenzahl genannt.

Es gibt aber ein Wort der Umgangssprache, das noch besser geeignet wäre, den physikalischen Begriffsumfang der Größe N und unsere Anschauung in Übereinstimmung zu bringen. Es ist das Wort *Stückzahl*. Das Wort drückt mit erstaunlicher Genauigkeit das aus, was die Größe N tatsächlich mißt. Von seiten der Chemie ist übrigens schon vor längerem der Vorschlag gemacht worden, das Wort "Stück" als Bezeichnung für das zu verwenden, was wir die Elementarmenge τ nennen, und das hätte für N konsequenterweise die Bezeichnung Stückzahl zur Folge.

Die Wörter Stück and Stückzahl rufen durch ihren Umgangsgebrauch in uns eine merkwürdige Mischung aus gegenständlicher und abstrakter Anschauung hervor. Jeder weiß, was mit einem Stück gemeint ist, obwohl damit weder ein bestimmter Gegenstand noch ein Mitglied eines Gegenstandstyps benannt wird. Stück sein drückt keine immanente Eigenschaft aus, sondern eine zur Abzählung dienende Einteilung, eine Zusammenfassung von Dingen zu Einheiten. Die Fabrikation von Gütern pflegt man in Stückzahlen anzugeben. So gibt eine Autofabrik ihre Produktion, d.h. den sie verlassenden Autostrom in Stückzahl pro Tag an. Dasselbe tun auch ihre Zulieferwerke, die Reifenwerke, der Hersteller der elektrischen Anlagen oder anderer Teile des Autos. Das Wort "Stück" bezeichnet in jedem Fall einen anderen Gegenstand, einmal das einzelne Auto, das andere Mal den einzelnen Reifen, den einzelnen Scheinwerfer, die Zündkerze und was sonst noch alles zum Autobau benötigt wird. Der springende Punkt ist, daß beim Autobau, wie bei jedem Prozeß, der irgendwelche Mengen von Gegenständen verändert, die *Änderungen* der Stückzahl in bestimmter, durch ganze Zahlen beschreibbare Weise aneinander gekoppelt sind: Beim Entstehen von 1 Stück Auto verschwinden 5 Stück Reifen, zwei Stück Scheinwerfer, 4 Stück Zündkerzen usw. Der Autobau ist in diesem Sinn eine chemische Reaktion. Die Reaktionsgleichung setzt dabei nicht voraus, daß das Stück auf eine ganz bestimmte Weise festgelegt ist. Die Gleichung wird nicht geändert, wenn man sich entschließt, eine neue Einteilung in Stück vorzunehmen, etwa dadurch, daß je 10 Stück zu einem "Satz" und damit wieder zu einem Stück zusammengefaßt werden. "Stück" ist ganz offensichtlich nicht ein von der Natur vorgegebener Gegenstand, es ist eine Einheit, die man nach eigener Entscheidung festsetzt. "Stück" läßt sich andererseits als Einheit einer Größe auffassen, die man ohne Zögern Stückzahl nennen würde, auch wenn das die Möglichkeit einschließt, daß nicht nur ganzzahlige Vielfache, sondern auch Bruchteile eines Stücks vorkommen.

Allerdings gibt es in der Wahl des Wortes Stück eine Klippe. Wir zögern nicht, ein neues "Stück" durch Vergrößern festzulegen, also etwa 10 Stück ein neues Stück zu nennen. Dagegen sträubt sich etwas in uns gegen bestimmte Verkleinerungen: 1/10 Auto als 1 Stück zu erklären, erschiene jedem absurd. Warum eigentlich? Mathematisch ist nicht der geringste Einwand dagegen zu erheben. Die formale Beschreibung wird davon nicht betroffen, denn keine Relation wird durch diese Festsetzung gestört. Der Bau von 1 Stück = 1/10 Auto erfordert 5 Stück = 5/10 Reifen sowie 2 Stück = 2/10 Scheinwerfer usw. Wenn wir die-

sen Umgang mit dem Begriff Stück dennoch für absurd halten, muß der Grund dafür woanders liegen als im formal-mathematischen. Tatsächlich nehmen wir, wie wir schon sagten, mit dem Wort Stück eine Zusammenfassung zu kleinsten Einheiten vor. Ein Auto ist nach unserer Auffassung solch eine kleinste Einheit. Zwar kann es in Teile zerlegt werden, aber diese Teile sind nicht Bruchteile eines Autos, ihre Eigenschaften nicht Bruchteile der Eigenschaften eines Autos. Das Wort Stück scheint uns immer dann sinnvoll verwendet, wenn sich etwas in lauter gleiche Teile zerlegen, wenn es sich als Vielfaches ein und desselben Objekts darstellen läßt. Diese Zerlegung muß, wie die nach Aktien-Stücken vorgenommene Zerlegung einer Aktiengesellschaft zeigt, nicht notwendig räumlich gedacht werden. Gelingt eine derartige Zerlegung in lauter gleiche Teile nicht, so zerlegt man das betrachtete Gebilde schrittweise: Man zerlegt es zunächst in verschiedene Teile, in "Sorten", die so beschaffen sind, daß sie ihrerseits wieder in lauter gleiche Teile zerlegbar sind.

Auch hierfür bildet das Auto in seinen vertrauten Erscheinungsformen ein schönes Beispiel. Autos treten nicht nur als einzelne Individuen auf, sondern auch in Form von Autotransporten, sei es als "molekulartige" Transporte, bei denen eine bestimmte Anzahl von Autos von einem Huckepack-Transporter getragen wird, die Autos also sozusagen zu einem "Molekül" zusammengebunden sind, oder sei es als Kolonnen-Transport, der das Analogon des "phasenstarrten" Transports darstellt. Bei ihm wird jedes Auto von einem eigenen Chauffeur gefahren, der dafür sorgt, daß das von ihm gesteuerte Auto Mitglied des Transports bleibt. Bei dem phasenstarrten Transport gibt es keine energetisch sprübbare Bindung zwischen den einzelnen Autos, also keine "Moleküle", sondern eine optisch bewirkte Informationsübertragung, die über die Chauffeure eine Abstands- und Bewegungskontrolle ermöglicht. Denkt man sich den Chauffeur mit zum Auto gehörig, sozusagen eingebaut, so werden Autos von Natur aus die Tendenz zur Bewegungskorrelation, d.h. zur Bildung neuer "Teilchensorten" zeigen, die jeweils aus mehreren Autos bestehen. Da sich im Verkehr bewegende Autos stets mit Chauffeuren ausgestattet sind, ist diese Tendenz tatsächlich eine gewohnte Erscheinung, die je nach Verkehrslage zu recht unterschiedlichen Häufigkeitsverteilungen der verschiedenen "Teilchensorten", d.h. der verschiedenen Kolonnenlängen führt. In Extremfällen setzt "Kondensation" ein, nämlich ein Stau oder die Bildung einer sehr langen Kolonne, eines "Superteilchens". Das ist ein Beispiel für eine Kondensation, die nicht auf einem Aneinanderbinden der Autos beruht, sondern auf einer Phasenbeziehung zwischen der Bewegung der einzelnen Autos, ein Phänomen, das der Supraleitung verwandt ist. Daß dieser Vergleich mehr ist als eine Zufälligkeit, zeigt die Verkehrsveränderung durch eine Verengung der Fahrbahn. Der Autostrom, der die Verengung passiert, ist unabhängig von der Länge der Verengung (wie auch von dem Stau vor der Verengung), und sein Maximalwert ist allein bestimmt durch die Relaxationszeit, mit der die von Fahrer zu Fahrer optisch übertragene Information durch den Fahrer verarbeitet und in einen Befehl verwandelt wird, der die Bewegungskorrelation der Autos einhält. All das sind Erscheinungen, die bekannte Analoga in der Supraleitung besitzen.

Zurückkommend auf die Stückzahl erkennt man, daß alle "Teilchensorten", in unserem Beispiel also alle Kolonnenlängen, in derselben Größe, nämlich der Stückzahl gemessen werden. Die begriffliche Verwandtschaft zwischen dem Wort Stückzahl, wie es gewohnterweise gebraucht wird, und der Größe N , die wir Teilchenzahl nannten, ist nach allem unübersehbar. Wenn es also darum geht, die Größe N und mit ihr die Größe $n = N\tau$ klarzumachen, besitzt das Wort "Stückzahl" gegenüber den anderen zweifellos erhebliche didaktische Vorteile.