

参 考 文 献

1. W. C. Conolly and R. C. Conolly, Am. J. Phys. 41, 131(1973).
2. R.R.Rockefeller, Am. J. Phys. 43,981(1975).
3. H.Klosterguard, Am. J. Phys. 44,21(1976).
4. R.B.Prigo and M.Reading,Am.J. Phys. 45, 636 (1977).
5. S.Datta, Am. J. Phys. 46,1190 (1978).
6. R. P. Feynman,R. B. Leighton, and M. Sands, The Feynman Lectures on Physics (Addison-Wesley Reading, MA,1964),Sec.20-3.
7. R.Resnick and D.Halliday,Physics for Students of Science and Engineering (Wiley, New York,1963), Sec.13-4.
8. C.Kittel,W.D. Knight, and M. A. Ruderman, Mechanics, Berkeley Physics Course Volume 1 (McGraw-Hill, New York,1973),Chap.6.
9. G. Falk and W. Ruppel, Mechanik, Relativität, Gravitation (Springer-Verlag, New York, 1975), p.250.
10. G. Falk and W. Ruppel, Energie und Entropie (Springer-Verlag, New York, 1976), pp. 162-163.
(译自 Am. J. Phys. 53(8), August 1985)

11. 变压器中的坡印亭矢量场和能流

F. Herrmann and G. Bruno Schmid

〔内容摘要〕 由二组相互分开的线圈和二个长而平行的臂组成的变压器的坡印亭矢量场的分布情况同二块平行的带电导体的完全一样。变压器二臂间的磁场和二块平行的带电导体之间的电场在传递能量方面起着同样重要的作用。在后一种情况中,能流(=功率) P 由 $P=UI$ 这个我们熟悉的公式给出,这里 U 是二导体间的电压, I 是通过它们的电流。对于前一种情况,我们找到了变压器中能流的类比公式: $P=U_m I_m$, 其中 $U_m (= \int d\mathbf{r} \cdot \mathbf{H})$ 是变压器二臂间的磁压(magnetic tension)(\mathbf{H} = 磁场矢量), $I_m (= - \int d\mathbf{A} \dot{\mathbf{B}})$ 是通过二臂的赫兹磁流(Hertz magnetic current)($\dot{\mathbf{B}}$ = 磁感应强度 \mathbf{B} 对时间的微商)。本文将用实验证明,变压器中的能量损耗与每个臂的磁压降(magnetic potential drop)有关。

一、引 言

当能量通过电磁场传递时,能流 P 根据下式计算:

$$P = \int d\mathbf{A} \cdot \mathbf{S},$$

这里 \mathbf{S} 是电场和磁场矢量的矢积:

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}. \quad (1)$$

我们有必要根据边界条件区别一下电磁场中能量传递的几种性质不同的情况：

(1) 电场和磁场与源脱离, 即 $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ 和 $\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$ 。在这种情况下, 我们谈及的是电磁波。这是讨论坡印亭矢量的应用时所经常提到的例子¹⁻⁴。

(2) 电场有源, 即 $\nabla \cdot \mathbf{E} \neq 0$; 而磁场无源, 即 $\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$ 。这种情况发生在当场由导体, 如波导管引导时。在一些教科书⁴中, 针对这一例子也讨论了坡印亭矢量。波导管的一个极端例子是我们熟知的双线电缆。如果场的频率为零或很小, 这种“波导管”是有用的。因为在本文的后半部分我们将讨论二根无电阻的电缆的坡印亭矢量场, 所以在图 1 中我们定性地画出了这种情况下的 \mathbf{E} 、 \mathbf{H} 和 \mathbf{S} 。能量在导体附近平行于导体流动。

(3) 磁场有源, 即 $\nabla \cdot \mathbf{H} \neq 0$; 而电场无源, 即 $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ 。在这种情况下, 场由磁化物质所引导。

(4) 电场和磁场都是有源场, 即 $\nabla \cdot \mathbf{E} \neq 0$ 和 $\nabla \cdot \mathbf{H} \neq 0$ 。(没有源就没有电场和磁场。)在这种情况下, 能流密定是由相互垂直的电场和磁场决定的(电场和磁场分别由带电体和永磁体产生)。因为我们现在已经确定了 \mathbf{S} 场线, 所以这一情况对于实际应用来说是没有什么意义的, 但在教学中为了说明(1)式的正确性, 它还是有点意义的。

在本文中, 我们专门讨论上述第(3)种情况。由软铁芯组成的电气设备, 如发电机、电动机和变压器就属于这一情况。我们将详细讨论在一种形状特别简单的装置(长臂变压器)(见图2)中的能量传递。原、副线圈间的距离比“上”、“下”铁芯臂间的距离要长得多。

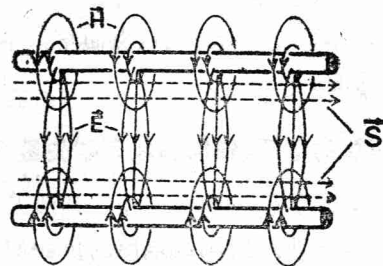


图1 对二根无电阻电缆的 \mathbf{E} 、 \mathbf{H} 和 \mathbf{S} 的定性描述

我们将证明, 这种上、下长臂铁芯和典型的二根电缆线(见图1)之间有意义深远的类比关系。

在第二部分, 我们定性地绘出了变压器的电场、磁场和坡印亭矢量场。在第三部分, 我们引入了磁压 U_m 和磁流 I_m (magnetic current) 这二个积分量, 并将变压器的功率表示为这些量的函数。最后, 在第四部分, 我们描述了二个实验。第一个实验告诉我们怎样测量以变压器负载为函数、表征变压器中的能流的物理量。第二个实验证明, 变压器中的能量损耗与沿变压器每个臂的磁压降有关。

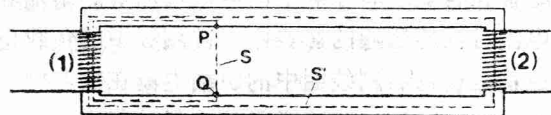


图2 长臂变压器(长臂在二个线圈之间)。原、副线圈之间的距离比铁芯的上、下臂之间的距离长得多。
 S 和 S' 表示二个不同的积分路径。

在本文最后定稿之际, 我们注意到了 Newcomb 的文章⁵ 这篇文章是对 Siegmann 早些时候给编辑的信⁶ 的答复。信中

提及理想变压器的坡印亭矢量场。我们引入了伴随电流或磁流的能量传递之间的类比关系。就这点而言，本文与Newcomb的回答是不同的。

二、长臂变压器的电场、磁场和坡印亭矢量场

考虑一个形状与图2所示的变压器。凡涉及到原级电路的量我们都标有(1)，凡涉及到副级电路的量我们都标有(2)。

对于一个带有负载的理想变压器⁷，电流和电压在原级线圈和副级线圈都是同相的。(由于这个原因，以下给出的所有符号都是指相应物理量的瞬时值)。因而我们有

$$U(1)/N(1) = U(2)/N(2) \quad (2)$$

和

$$N(1) \cdot I(1) \cong N(2) \cdot I(2). \quad (3)$$

这里 $U(i)$ 、 $N(i)$ 和 $I(i)$ 分别表示在 i 绕组中的电压、匝数和电流。

在无负载时的电流[有时叫“激发电流”，它在连接二个绕组的铁芯中产生磁通量(有时叫“互感磁通”)]比有负载时在原级中的典型的电流要小，互感磁通在有负载时几乎是相同的，尽管在有负载时原级中的电流增加了。附加在原级中的负载电流对互感磁通的影响刚好被副级中的负载电流的相抵消。也就是说，原、副线圈中的负载电流在铁芯中产生了方向相反的磁通，以致于互感磁通基本保持不变。

对图2中路径 S 和 S' 应用安培定律：

$$\oint_S dr \mathbf{H} = N(1) \cdot I(1), \quad (4)$$

$$\oint_{S'} dr \mathbf{H} = N(1) \cdot I(1) - N(2) \cdot I(2). \quad (5)$$

根据方程(3)，积分式(5)要比积分式(4)小得多。然而，由于在变压器铁芯中的 \mathbf{H} 场要比变压器二臂间的小得多，积分式

(4)实际上等于 \mathbf{H} 沿图2中的点 P 和 Q 之间的路径的积分。因此，

$$N(1) \cdot I(1) \cong \int_P^Q dr \mathbf{H}. \quad (6)$$

在二臂之间的 \mathbf{H} 场中，在一个臂上有源($\nabla \cdot \mathbf{H} = -\nabla \cdot \mathbf{M}$, \mathbf{M} = 铁芯的磁化强度)，在另一个臂上有潭(见图3)。在相位上， \mathbf{H} 场的方向随电流 $I(1)$ 而改变。

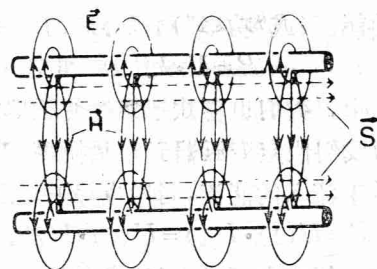


图3 对变压器二臂间的 \mathbf{E} 、 \mathbf{H} 、和 \mathbf{S} 的定性描述。

现在我们对一个任意的穿过变压器某臂的面积 A 应用法拉第定律：

$$\oint dr \mathbf{E} = - \int_A d\mathbf{A} \mathbf{B} = U(1)/N(1). \quad (7)$$

这里 $\dot{\mathbf{B}}$ 是磁感应强度 \mathbf{B} 随时间的变化率。根据(7)式，闭合的 \mathbf{E} 场线包围着变压器的每个臂(见图3)。

因为在变压器线圈中的电流和电压是同相位的，所以 \mathbf{E} 和 \mathbf{H} 场也是同相位的。

注意到变压器的 \mathbf{E} 和 \mathbf{H} 场分别与几何形状与之相同的一对载导体的 \mathbf{H} 场和 \mathbf{E} 场具有相同的形状(甚至符号)。从而，关于坡印亭矢量场的问题可以直接回答如下：变压器的坡印亭对量矢量场与几何形状与之相同的一对载导体的坡印亭矢量场具有相同的形状。

值得一提的是,变压器铁芯外的 \mathbf{H} 场(有人也许会认为是不希望有的边界效应)决定能量在变压器中的传递——正象带电导体对之间的电场决定能量的传递一样。

三、磁压和磁流强度

利用积分量 U (电压)和 I (电流)可以方便地将一个电路网络所提供的能流(或“功率”)表示为

$$P = U \cdot I. \quad (8)$$

由于同样的理由,我们也喜欢把通过变压器的能流用积分量来表示。因为我们假定变压器无能量损耗,因此,流过变压器的能流必定等于流入的能流,同样也等于流出的能流:

$$P = U(1) \cdot I(1) = U(2) \cdot I(2). \quad (9)$$

[(9)式的第二个等式也可以由(2)式和(3)式直接得出。]

借助于(6)式和(7)式,将(9)式中的 $I(1)$ 和 $U(1)$ 代掉,得

$$P = \left(\int_P \mathbf{dr} \cdot \mathbf{H} \right) \cdot \left(- \int dA \dot{\mathbf{B}} \right). \quad (10)$$

可以对(10)式作这样一个简单的解释:第一个因子表示变压器二臂间的磁压 U_m :

$$U_m = \int_P \mathbf{dr} \cdot \mathbf{H}, \quad (11)$$

第二个积分等于磁流强度 I_m :

$$I_m = - \int dA \dot{\mathbf{B}}. \quad (12)$$

这一概念是通过跟麦克斯韦的位移电流 $\int dA \dot{\mathbf{D}}$ 的类比而引入的,这里 $\dot{\mathbf{D}}$ 是电位移 \mathbf{D} 随时间的变化率。Hertz已经引入过这一概念⁸,后来曾被Born所采纳过⁹。然而,与磁压概念相反,磁流强度的概念本身是不成立的。其中一个原因也许是因为

I_m 与自由磁荷(free-magnetic charge)的运动无关。当然,流的建立在逻辑上并不是决定于是否存在借以某种粒子以一定速度运动的微观机制。

把(11)和(12)式代入(10)式,我们得到流入变压器的能流的表达式:

$$P = U_m I_m. \quad (13)$$

上式与流入双线电缆的能流的表达式的类比关系是显而易见的。因而,我们建议把变压器的二臂叫作“磁导体”(magnetic conductor)。具有高的磁导率的“软磁”材料,如铁,是磁良导体。根据这一类比,对(13)式可以作这样的表述:流入一对磁导体的能流等于导体间的磁压和流入导体的磁流强度的乘积。

概括(3)、(6)和(11)式,以及(2)、(7)和(12)式,分别得到:

$$N(1) \cdot I(1) = U_m = N(2) \cdot I(2), \quad (14)$$

$$U(1)/N(1) = I_m = U(2)/N(2). \quad (15)$$

由这些方程,我们可以认识到变压器的二个有趣的特点:磁压只决定于电流强度,而磁流强度只决定于电压。如果变压器接在稳压交流电源上,如接在工业电网上,则铁芯中的磁流与负载无关。负载的变化只导致上、下磁导体之间的磁压变化。另一方面,如果原线圈的电流大小是稳定的,则磁压与负载无关。负载的电阻的变化只引起磁流强度的变化。

四、演示实验

下列实验所用的器材在许多中学或大学里都可以找到。为了清楚起见,我们给出一些专门的数据,如线圈匝数、导磁率、电阻。当然,做实验时并不需要严格地按照这些数据。

演示一

首先要演示的是(14)和(15)式的正确性：(1) 变压器上下臂之间的磁压 U_m 分别和原、副级线圈中的电流 $I(1)$ 和 $I(2)$ 之间的关系。(2) 变压器铁芯中的磁流强度 I_m 分别和原、副线圈的电压 $U(1)$ 和 $U(2)$ 之间的关系。

变压器由下列材料制成：(1) 一个U形的叠片铁芯(横截面为 $4 \times 4\text{cm}$)，(2) 一个直的叠片铁芯，(3) 二个匝数 $N(1) = N(2) = 500$ 和电阻 $R(1) = R(2)$ 的线圈(见图4)。一个可变电阻作为负载接在副级线圈上。在原、副线圈的电路上都接有电压表和电流表。

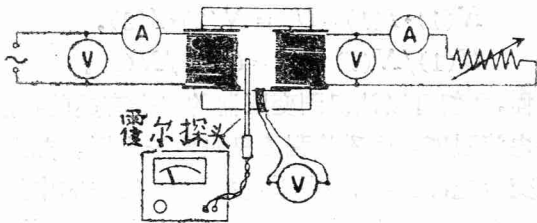


图4 演示(14)和(15)式的正确性的实验

除了测量电物理量以外，我们还要测量磁物理量 U_m 和 I_m 。当然，我们感兴趣的仅仅是这些量(然后不是它们的绝对值)随负载的变化而变化。因而，足以定出 U_m 和 I_m 的值(直至一个常数因子)。

为了测量 I_m ，将一个 $N = 10$ 的小线圈绕在一个磁导体上，并接上一个电压表。根据关系式 $U = -N \int d\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = N \cdot I_m$ ，电压表的读数正比于 I_m 。

用工业用霍尔探头来测量 U_m 必须有能记录交变磁场的仪表。对最灵敏的装置，其相应的满量程应为 10mT (这种仪表一般标度为 T 而不是 A/m)。如果霍尔探头放置在磁导体之间的某个区域，仪表的读数就与探头所在处的磁场强度成正比，因而与 $U_m = \int d\mathbf{r} \mathbf{H}$ 成正比。

现在将交流电压 $U = 50\text{V}$ 加在变压器的原级线圈二端。如果变压器的效率为100%，则仪器将显示 $U(1) = U(2) = I(2)$ 的结论。测量表明， $U(2)$ 几乎与 $U(1)$ 一样大，而 $I(2)$ 明显地比 $I(1)$ 小。事实上，我们一定满足于大约80%的最大效率。

现在我们使 R 在100和 300Ω (我们不能把二者的差别缩得太小)之间变化，并注意， $U(1)$ 和 $U(2)$ 保持不变，而 $I(1)$ 和 $I(2)$ 相互成正比地增加(这跟所预料的一样)。 U_m 和 I_m 的读数更为有趣：磁流 I_m 跟 $U(1)$ 和 $U(2)$ 一样实际上不随 R 的改变而改变，而磁压 U_m 与电流同样程度地改变。这就证实了(14)和(15)式。

演示二

我们用二个相同的线圈(同前面所说的那样)和六条直的叠片铁芯制成一个长变压器。(见图5)。我们将铁芯一个接一个地沿竖直方向向上叠加起来，以致于不需要将它们连接起来。我们再接上负载电阻，在电路中接上测量仪表，并将50V交流电压加在原级线圈上。

$U(1)$ 和 $U(2)$ [对 $I(1)$ 和 $I(2)$ 也同样]的差别比在第一个演示中更大。这个演示的效率只有40%左右。借助于霍尔探头，我们可以很好地确定能量在什么地方损耗掉。将霍尔探头

在二臂之间从下方线圈到上方线圈移动，我们可以看到磁压的值大约要减小50%。这就是说，在二个磁导体中都有磁压降。磁压降的存在是不足为奇的，因为任何一种非理想的磁导体理所当然地有非零的(磁)阻(magnetic resistance)。能量沿着变压器的磁导体的损耗完全类比于能量沿着电路中的(非超导)体的损耗：在电导体中的能量损耗导致沿导体的(电)压降。

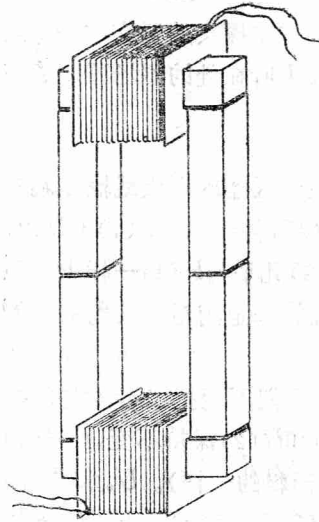


图5 演示沿变压器的磁导体存在磁压降的实验装置。

参 考 文 献

1. R.P.Feynman, R.B.Leighton, and M.Sands, The Feynman Lectures on Physics (Addison-Wesley, Reading, MA, 1964), Vol.II, Sec.27-3.
2. L.D.Landau and E.M.Lifschitz, Mechanics and Electrodynamics (Pergamon, Oxford, 1972), Sec.57.
3. E.S.Shire, Classical Electricity and Magnetism (Cambridge U.P., Cambridge, 1960), Sec.10.5.

4. J.D.Jackson, Classical Electrodynamics (Wiley, New York, 1962), Sec.6.8.
5. W. A. Newcomb, Am. J. Phys. 52, 723(1984).
6. A. E. Siegmann, Am. J. Phys. 51, 492(1983).
7. D.Halliday and R. Resnick, Physics, Part Two (Wiley, New York, 1978), Sec.39-7.
8. H.Hertz, Wiedemanns Ann. Phys. Chem. 23, 84 (1884); or *Schriften Vermischten Inhalts*, edited by Ph.Lenard (Johann Ambrosius Barth, Leipzig, 1895), p.299.
9. M.Born, Die Relativitätstheorie Einsteins (Springer, Heidelberg, 1969), p.152.
(译自 Am. J. Phys. 54(6), June 1986)