

10. 转动系统间角动量耦合的演示

F. Herrmann and G. Bruno Schmid

[内容摘要] 本文介绍了一个简单的装置,利用它可以演示转动系统间在有能量耗散和无能量耗散二种情况下的“自旋-自旋”耦合(spin-spin coupling)和“自旋-轨道”耦合(spin-orbit coupling)。

一、引言

在角动量守恒的教学中,有关的课堂演示¹⁻⁵相对地比较简单,并且对这些现象学生都比较熟悉。典型的演示实验包括陀螺仪(或陀螺)^{6,7}和下面这个众所周知的例子^{7,8}:在水平面(如桌面)上用细线拴有一个小物体;细线穿过一空心管子或桌面上的一个小孔;用力拉细线的另一端,可以减小物体的转动半径。在本文中,我们介绍另一种课堂演示。这种演示与通常的方法相比有一个优点:它用几个不同的例子清楚地强调了转动系统间在有能量耗散和无能量耗散二种情况下的角动量耦合。

装置主要由二个装在水平杆上的飞轮组成(见图1)。每个飞轮都可绕各自的垂直轴自由转动。整个装置又可绕通过其质心的垂直轴转动。

借助于耦合装置(图1中未画出),角动量可在二个轮之间传递,或从二个轮传递到整个系统的轨道运动。这种传递既可在弹性(无能量耗散)情况下实现,也可在非弹性(有能量耗

散)情况下实现。相应地,这个系统可模拟范围更广的现象。例如,它可模拟角动量从地球自转(通过潮汐而非弹性地)传递到“地球-月球”系统的轨道运动。另一个例子是原子内的自旋-自旋或自旋-轨道耦合(无耗散,弹性)。

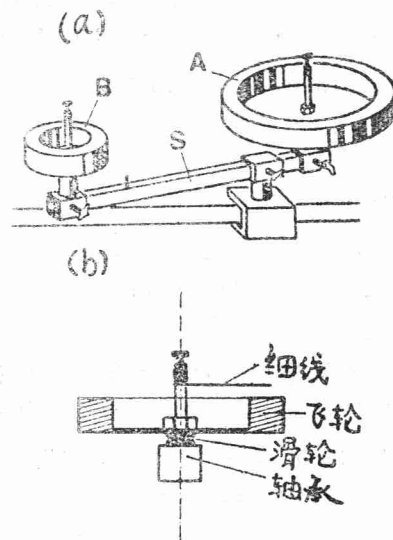


图1 (a)二个飞轮A和B装在水平杆S上,每个飞轮都能绕各自的垂直于杆的轴自由转动,整个装置又可绕通过其质心的垂直轴转动。(b)飞轮的详细构造。

二、角动量的分解

图1所示的系统的总角动量可以被分解为三个部分:

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_A + \mathbf{L}_B + \mathbf{L}_{AB}.$$

这里 \mathbf{L}_A 和 \mathbf{L}_B 分别是轮A和B关于它们自身的轴的角动量, \mathbf{L}_{AB} 是系统AB的角动量。如果A和B的质量 m_A 和 m_B 可以被认为分别集中在轮A和B的质心 C_A 和 C_B ,我们就可求得 \mathbf{L}_{AB} 。

因此,系统 AB 由二个相距为 d 并绕它们的质心 C_{AB} 转动的质点组成。 L_{AB} 是整个系统的轨道角动量。为简便起见,我们把 L_A 或 L_B 分别叫作飞轮 A 或 B 的“自旋”。

如果子系统 A 、 B 和 AB 之间没有耦合,角动量 L_A 、 L_B 和 L_{AB} 都不会随时间而变。如果角动量在 A 和 B 之间传递,我们就把它叫作自旋-自旋耦合。如果角动量在 AB 和 A 和/或 B 之间交换,我们就把它叫作自旋-轨道耦合⁹。

三、实验装置

在下一节所描述的几个实验需要二个小小飞轮和一个大飞轮,同时需要二根不同长度的杆。杆 S 以及装在杆 S 上的轮 A 和 B 可以交换位置,即可以容易地将每个轮从它们的轴上拆下来。

飞轮是用铜制成的,它们的大部分质量集中在轮的边缘。所有轴承都是滚柱轴承。轮的直径分别为12和14cm,它们的转动惯量分别为 $4.5 \times 10^{-3} \text{kg} \cdot \text{m}^2$ 和 $2.0 \times 10^{-2} \text{kg} \cdot \text{m}^2$ 。在每个轮下面装有一个直径为10mm的滑轮(见图1的插图)。每个轮的轴都略高于轮的上边。轴的这部分可用来在转动中绕通过弹簧而连接飞轮的细线。当然,这里给出的尺寸不是严格规定的,这里主要是向读者作一大概的指导。

每根杆被装在中央的轴承上,使它们能沿自己的长度方向转动。在每个实验中,将杆调节到整个系统(二个轮和杆)的质心在中央轴承上为止。因此,整个系统好象在自由空间中不停地转动。

四、演 示

A. 无耦合(S 的长度任意; A 和 B 的大小任意)

飞轮 A 和 B 以及系统 AB 以任意方式运动。因而三个子系统的 A 、 B 和 AB 都具有一定的角动量。我们观察到每个子系统的角动量保持不变,并观察到仅仅由于摩擦而引起的三个角动量的缓慢减小。特别明显的事实是,在于系统之间没有耦合;这是因为初始值 $L_A = L_B = 0$ 和 $L_{AB} \neq 0$,即只有杆 S 在转动,每个轮的质心绕整个系统的质心转动,但没有一个轮绕自己的轴转动。

B. 耗散自旋-轨道耦合(S 长, A 大, B 小)

一根细线绕在 A 的滑轮上,并通过一根拉紧着的弹簧(弹簧常数为 400N/m)与杆 S 相连,形成一个对轮 A 的摩擦轭(见图2)。然后使 A 高速旋转,即 L_A 的初始值很大。如果这时放掉整个系统, A 的角动量 L_A 将减小,而 AB 的角动量 L_{AB} 将增加:系统 AB 开始转动,并越转越快。角速度 ω_{AB} 增加到当 $\omega_{AB} = \omega_A$,即 A 和 AB 间建立转动平衡(rotational equilibrium)¹⁰时为止。角动量的传递速率随弹簧的张紧程度的增加而增加。实验中更令人惊奇的现象是,如果杆 S 开始时不处于静止状态,而是与 A 相反的方向以较小的角速度转动,则由于角动量从 A 传到 AB ,杆的转动将减慢,停止,然后开始以相反方向转动。

这个实验模拟了角动量从地球绕自身轴的转动传递到“地球-月球”系统绕系统质心的轨道转动。当然,内力和内力矩的详细性质——机械的、引力的、电磁的等——对角动量守恒没有关系。顺便说说,月球和“地球-月球”系统之间的角动量传递在很久以前就结束了:我们总看到月球的一个侧面这一事实证明二个系统的角速度是相同的。

C. 无耗散自旋-自旋和自旋-轨道耦合(S 短, A 小, B 小) 轮 A 和 B 的轴的上部都通过一根弹簧连结着一根细线。

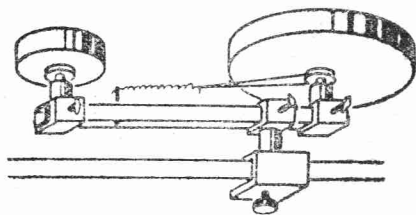


图2 演示耗散自旋-轨道耦合

弹簧处于水平位置。当细线没有绕紧时，弹簧处于放松状态。接着用手将二个轮沿同一方向（例如都沿顺时针方向）转动相同的转数（例如都转3周）。结果使细线绕在二个轮上，并使弹簧处于拉紧状态。如果这时放手，就可看到惊人的现象：当轮A和B开始绕自己的轴沿某一方向（例如逆时针方向）转动时，整个系统将开始沿相反的方向（例如顺时针方向）转动。

当弹簧处于放松状态时，细线开始沿相反方向象以前一样绕在轴上，所有转动都变得缓慢，最后停下来。整个过程与以前一样，只不过是转动方向相反。因此，当AB绕质心 C_{AB} “来回”转动时，A和B就绕它们自己的轴“回来”转动[见图3(a)]。运动的周期为几秒钟。AB能否绕整整一周，决定于开始时弹簧拉紧的程度。如果S开始时就在转动，它将变慢，停止，以相同方向转动，再停止，如此下去。

用角动量的传递可以容易理解这一现象。系统被释放后， L_A 和 L_B 将增加。为了保持总角动量 $L_A + L_B + L_{AB}$ 不变， L_{AB} 不得不增加负的 $L_A + L_B$ 。同样的现象发生在原子的自旋-轨道耦合中。当然，在原子中，角动量不随电子的自旋角动量的变化（这是不可能的）而变化，而是随它的方向的变化而变化。

如果二个轮开始时沿相反方向转相同的转数，然后释放，则 L_A 的增加量等于 L_B 的增加量的负值[图3(b)]。因此， $L_A + L_B$ 总保持零不变。二个轮“来回”转动，但A的转动方向总与B的相反，杆S保持静止状态。角动量只在A和B之间交换，而没有在AB和A(或B)之间交换。这是一个自旋-自旋耦合的模型。

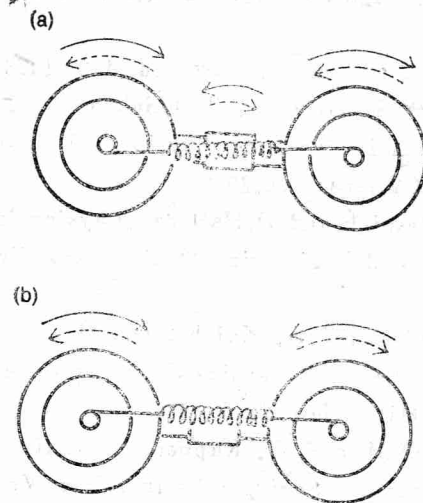


图3 (a) 演示无耗散自旋-轨道耦合。二个轮的转动方向相同，但与整个系统的相反。轮的转动方向和整个系统的转动方向始终相反。(b) 演示无耗散自旋-自旋耦合。二个轮沿相反方向来回转动，整个系统保持静止状态。

虽然在以上所有演示中都可以进行定量的测量，但实验的主要任务是用非常直接和有说服力的方法演示角动量的传递。

参 考 文 献

1. W. C. Conolly and R. C. Conolly, Am. J. Phys. 41, 131(1973).
2. R.R.Rockefeller, Am. J. Phys. 43,981(1975).
3. H.Klosterguard, Am. J. Phys. 44,21(1976).
4. R.B.Prigo and M.Reading,Am.J. Phys. 45, 636 (1977).
5. S.Datta, Am. J. Phys. 46,1190 (1978).
6. R. P. Feynman,R. B. Leighton, and M. Sands, The Feynman Lectures on Physics (Addison-Wesley Reading, MA,1964),Sec.20-3.
7. R.Resnick and D.Halliday,Physics for Students of Science and Engineering (Wiley, New York,1963), Sec.13-4.
8. C.Kittel,W.D. Knight, and M. A. Ruderman, Mechanics, Berkeley Physics Course Volume 1 (McGraw-Hill, New York,1973),Chap.6.
9. G. Falk and W. Ruppel, Mechanik, Relativität, Gravitation (Springer-Verlag, New York, 1975), p.250.
10. G. Falk and W. Ruppel, Energie und Entropie (Springer-Verlag, New York, 1976), pp. 162-163.
(译自 Am. J. Phys. 53(8), August 1985)

11. 变压器中的坡印亭矢量场和能流

F. Herrmann and G. Bruno Schmid

〔内容摘要〕 由二组相互分开的线圈和二个长而平行的臂组成的变压器的坡印亭矢量场的分布情况同二块平行的带电导体的完全一样。变压器二臂间的磁场和二块平行的带电导体之间的电场在传递能量方面起着同样重要的作用。在后一种情况中,能流(=功率) P 由 $P=UI$ 这个我们熟悉的公式给出,这里 U 是二导体间的电压, I 是通过它们的电流。对于前一种情况,我们找到了变压器中能流的类比公式: $P=U_m I_m$, 其中 $U_m(=\int d\mathbf{r}\cdot\mathbf{H})$ 是变压器二臂间的磁压(magnetic tension)(\mathbf{H} = 磁场矢量), $I_m(=-\int d\mathbf{A}\dot{\mathbf{B}})$ 是通过二臂的赫兹磁流(Hertz magnetic current)($\dot{\mathbf{B}}$ = 磁感应强度 \mathbf{B} 对时间的微商)。本文将用实验证明,变压器中的能量损耗与每个臂的磁压降(magnetic potential drop)有关。

一、引 言

当能量通过电磁场传递时,能流 P 根据下式计算:

$$P = \int d\mathbf{A}\mathbf{S},$$

这里 \mathbf{S} 是电场和磁场矢量的矢积: