

## 9. 力学和电学间的类比

F Herrmann and G B Schmid

[内容摘要] 能量的耗散性传递可用动量流的概念来描述。这个概念为我们研究力学提供了一个局域分析法, 从而力可以被看作是动量流。在这一方法中, 摩擦生热现象被认为是当动量流在两个速度不同的物体间流动时产生的。力学中处理能量的传递和耗散采用和电学中同样的方法。我们通过与电学中的欧姆定律的类比给出了动量流的欧姆定律。牛顿第三定律可简化为一个与动量守恒有关的表述。

### 一、引言

图1(a)和1(b)表示二个简单的耗散过程。在这二种情况中, 能量都从一个地方流到另一个地方: 在第一种情况中, 能量从人流到箱子的底部; 在第二种情况中, 能量从电池流到电灯。这些过程通常是这样来描述的:

(i) 箱子在力  $F$  的作用下以速度  $v$  匀速运动, 单位时间内所做的功 (= 功率)  $P = v \cdot F$ 。

(ii) 单位时间内消耗在灯泡中的能量  $P = UI_0$ , 其中  $U$  是灯泡两端的电压降,  $I_0$  是电路中的电流。

尽管这两个过程在物理上有着密切的联系, 但描述它们的概念截然不同: 第一个过程用“功”和“力”来描述, 而第二个过程用“能量”和“电流”来描述, 这种用词的区别不是二种

过程的不同所造成的逻辑结果, 而是由于描述力学过程的概念, 粗略地说, 比描述电学过程的概念早产生一百年。例如“甲施力于乙”这句话没有提及连接甲、乙二物体的媒质, 这就导致“超距作用”这种说法(如, 对引力就是这么说的); 再例如, “力做功”这句话显然是在“能量”这一概念尚未被认为是物理量之前引出的。

在本文中, 我们提出了一个描述力学过程中能量传递和耗散的方法, 这种方法利用了这样一个事实: 力就是动量流 (Herrmann 1979, DiSessa 1980)。相应地, 牛顿第二定律就是动量的连续性方程 (Herrmann and Schmid 1984)。

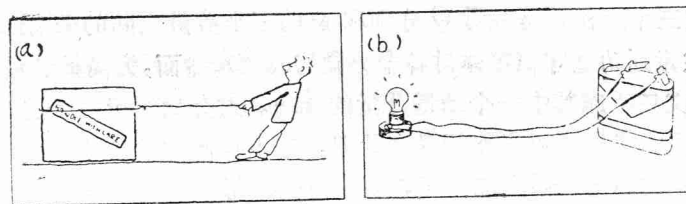


图 1. (a) 一个人匀速拉箱子。(b) 电池在恒定的电压下使电灯发光, 这是二个能量耗散的例子。这二个例子说明, 能量流可以从一个地方(能源)流到另一个地方(能量接收器)。

力学过程的这种描述方法强调力学过程和电学过程之间的一种特殊的类比。通过这种类比, 把每个力学量与电学量对应起来: 动量  $p$  对应于电量  $Q$ , 动量流  $I_p$  (即力) 对应于电流  $I_0$ , 速度  $v$  对应于电势  $\phi$  (Falk and Ruppel 1976)。而且, 力学量之间的每一个关系与相应的电学量之间的关系具有相同的数学表达式。

的确, 这种以  $p-Q$  为代表的类比在数学上并不比其他更常用的类比(如  $Q-r$  类比)更优越。(Olsen 1958, Mac-

Farlane 1964)。然而,本文所给出的类比还有一个重要的优点:它给我们一幅新的物理图象,这图象既包括力学过程又包括电学过程。这是由于这样一个事实:动量和电量都是实物型物理量(Falk 等 1983)。动量(运动的量)和电量(电的量)都分布在空间,即都具有密度;都能从空间的一个区域流到另一个区域,即都具有流密度。另外,根据 Falk 和 Ruppel 的观点(1976), $v$ (速度)和 $\phi$ (电势)这两个相互对应的量都叫做“能量链”(energy-conjugate),因为它们分别将能量变化 $dE$ 和动量变化 $d\mathbf{p}$ 或电量变化 $dQ$ 联系起来:

$$dE = \mathbf{v} \cdot d\mathbf{p} + \phi dQ.$$

一个标量 $Q$ 和矢量 $\mathbf{p}$ 之间的关系式实际上包含三个方程。

这三个方程就是标量 $Q$ 分别和 $\mathbf{p}$ 的三个分量之间的关系。(注意到动量守恒定律对各个分量均成立)。然而,为简单起见,本文只考虑其中一个动量分量的流动。这分量对于一个选定的坐标来说可以当作标量来处理。这不但使力学理论和电学理论的类比关系更加明显,而且还说明,每个动量流分量形成一个三维动量流路(momentum flow circuit)。

对于那些比这里所讨论的更复杂的物理过程,就必须考虑瞬时动量流分量,即考察二个以上的动量流路。如果要知道在动量传递媒质中的动量流分布,就必须考察整个动量流密度张量(momertun current density tensor),即负应力张量(negative stress tensor)(Herrmann and Schmid 1984, Landau and Lifschitz 1959)。

本文的内容包括:在第二部分,我们论述了区别二种不同的动量流的必要性。接着,用电学中对电流的分类方法对动量流进行了分类。仿照电学中大家熟悉的欧姆定律,我们引出了存在摩擦的力学过程的欧姆定律。在第三部分,我们

用动量流的概念写出了牛顿第三定律的表达式,并讨论了这种表达式的优点。第二、三部分的论述为第四部分用动量流描述能量的传递打下了基础。在第五部分,我们作了小结。

## 二、动量流的分类

图 2 表示把动量施给一个物体的二种可能的方法:在第一种情况中,动量通过杆流到小车;在第二种情况中,动量从软管流到小车。在第一个例子中考虑杆的横截面,在第二个例子中考虑水流的横截面。传统地,对于第一个例子我们不会说:有动量流通过这面积;我们却这样说:杆的左面将力作用于杆的右面。在第二个例子中,如果说:左面的水将力作用于右面的水,则被认为是错的。

在动量流图象中,我们对于上面二个例子都用动量流来描述,对于第一种情况,我们把它叫做传导动量流(conductive momentum current);动量密度与动量流密度没有联系。对于第二种情况,我们把它叫做对流动量流(convective momentum current);非零的动量密度与动量流密度有联系。因此,力等同于传导动量流。

可以用传导动量流和对流动量流的变换性质来对它们加以区别:选择合适的参考系,可将对流动量流变换为零,而对传导动量流来说则不能。这与传导电流和对流电流的区别一样。图 2(a)所示的动量流与金属中的电流一样;图 2(b)所示的动量流与真空中的电子流一样。后一种电流可以转换为零,前一种则不能。

我们还可以作进一步的类比。正象存在超导电流,即无能量耗散的电流,也存在超导动量流(momentum super current),即无能量耗散的动量流。超导动量流的典型例子是

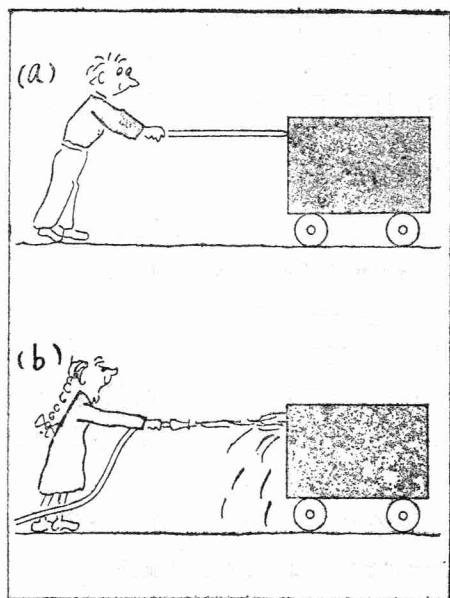


图 2. 把动量施给一个物体的二种可能的方法:

(a) 动量通过杆流到小车; (b) 动量借助于水流流到小车。

通过弹性介质(Herrmann and Schmid 1984)或场的传导动量流。超导电流是罕见的,超导动量流却是常见的。当然,在温度足够高时,所有超导动量流都成为耗散性的,这时动量传导介质开始流动或熔解。在动量流路中,耗散总是存在的。传统地说,这是因为当力作用于物体时会产生摩擦或阻尼效应(图 3(a)和 3(b))。正象我们定义电阻  $R_Q$  为

$$R_Q = \Delta\phi / I_Q, \quad (1)$$

动量阻(momentum resistance)  $R_P$  可定义为

$$R_P = \Delta v / I_P. \quad (2)$$

方程(1)中,  $\Delta\phi$  是电流  $I_Q$  所流过的介质两端的电势差,  $R_Q$  是

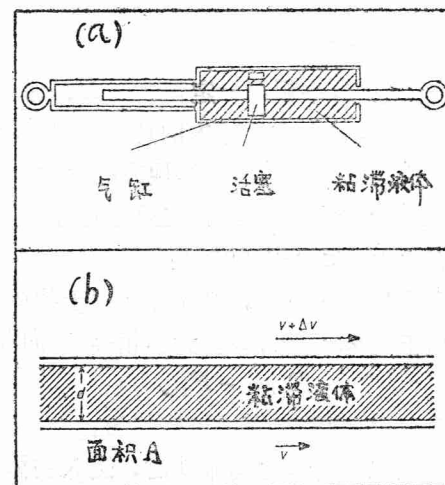


图 3. (a) 在动量流图象中,阻尼器是动量阻, (b) 由粘滞液体隔开的两个表面以相对速率  $\Delta v$  相互滑动。两表面和液体的接触面积用  $A$  表示,液体的厚度用  $d$  表示。

相应的对这电流的电阻。方程(2)中,  $\Delta v$  是动量流  $I_P$  所流过的介质两端的速度差,  $R_P$  是相应的对这动量流的动量阻。

正象电阻  $R_P$  通常用电荷的传导路径的长度  $d$ 、横截面  $A$  和电导率  $\sigma$  表示为

$$R_Q = (1/\sigma)(d/A), \quad (3)$$

动量阻  $R_P$  也常用动量的传导路径的长度  $d$ 、横截面  $A$  和粘滞系数  $\eta$  (参见图 3(b)) 表示为

$$R_P = (1/\eta)(d/A). \quad (4)$$

利用众所周知的关系式  $I_P (= F) = \eta(A/d)\Delta v$  (流过(作用于)在粘滞液体表面滑动的物体的底面的动量流(力)), 由方程(2)可直接得到方程(4)(Feynman 等 1964)。

### 三、牛顿第三定律

在动量流图象中,牛顿第一定律表述为:只要没有净动量从物体流入或流出,包含在物体内的总动量保持不变;牛顿第二定律可简单地表示为动量的连续性方程(Herrmann 1979, Herrmann and Schmid 1984)。在通常的力的图象中,牛顿第三定律可表述为(Purcell 1973):

当二个物体相互作用时,物体 1 作用于物体 2 的力  $F_{21}$  和物体 2 作用于物体 1 的力  $F_{12}$  大小相等,方向相反:

$$F_{12} = -F_{21}.$$

在动量流图象中,牛顿第三定律可表述为:

当动量流在二个物体之间流动时,进入物体 1 的动量流  $I_P$ (进入 1)等于离开物体 2 的动量流  $I_P$ (离开 2):

$$I_P(\text{进入 } 1) = I_P(\text{离开 } 2).$$

对于二物体间的电荷的流动也有类似的公式。由于它显得不太重要,在许多电学讲义和教科书中都省略了。

为了理解牛顿第三定律的动量流公式和力的公式的一致性,我们把后者在讲法上转换为动量流图象。当动量流在二个物体之间流动时,进入物体 2 的动量流  $I_P$ (进入 2)和进入物体 1 的动量流  $I_P$ (进入 1)大小相等,方向相反:

$$I_P(\text{进入 } 1) = -I_P(\text{进入 } 2).$$

引入负动量流后,这一公式是清楚的。然而,进入物体的负动量流相当于离开物体的正动量流。因此,这种讲法上的转换可以用上面更清楚的形式写出来。通常,连接二个物体的通道(例如,它可以是磁场)不积累动量,即可以被认为是无质量的。因而,牛顿第三定律可表述为:流入通道一端的动量流的变化率等于流出通道另一端的动量流的变化率。考虑

到动量是一守恒量(牛顿第二定律),这种说法实际上是多余的。

### 四、动量流的能量传递

根据第二部分和第三部分的考虑,我们现在回到图 1(a)和(b)所示的二个过程的相互联系起来。正象图 1(b)中电流在一闭合回路中流动,图 1(a)中动量流也在一闭合回路中流动,即从人的手臂的肌肉流到绳子,从绳子流到箱子,通过箱子,再从箱子底部流出,再流到大地,通过大地,最后流回到人体。在图 1(b)的例子中,连接能源(电池)和能量接收器(灯泡)的二条通道(二根电线)之间存在着电势差  $\Delta\phi$ 。这里,能源维持  $\Delta\phi$  为一恒值。在图 1(a)的例子中,连接能源(人的肌肉)和能量接收器(箱子的底部)的二条通道(绳和地面)之间存在着速度差  $\Delta v$ 。这里能源维持  $\Delta v$  为一恒值。如果图 1(b)中的任一条导电通道接地,由于规定  $\phi_{地} = 0$ ,则这通道的电势也为零。图 1(a)的其中一条动量传导通道已经“接地”。由于规定  $v_{地} = 0$ ,因此这通道的速度也为零。

图 4 说明,在两条通道中流动的动量流可以用弹簧在演讲厅里演示。对于一根沿轴放置的弹簧,当正  $x$  方向的动量沿正  $x$  方向流入它时,它就收缩;当正  $x$  方向的动量沿负  $x$  方向流入它时,它就伸长(Herrmann and Schmid 1984)。板下面的滚珠将动量路和地面绝缘;滚珠和轮是动量的绝缘体。正象在图 1(b)的回路中电流和从能源(电池)到能量接收器(灯泡)的能流同时存在一样,在图 1(a)的回路中,动量流和从能源(人的肌肉)到能量接收器(箱子的底部)的能流也是同时存在的。在二种情况中,能量都在能量接收器中耗散。对于图 1(b)和 1(a),从能源到接收器的能流强度  $P$ ,即传递功

率分别为

$$P = \Delta\phi I_Q \quad (5)$$

$$P = \Delta v \cdot I_P \quad (6)$$

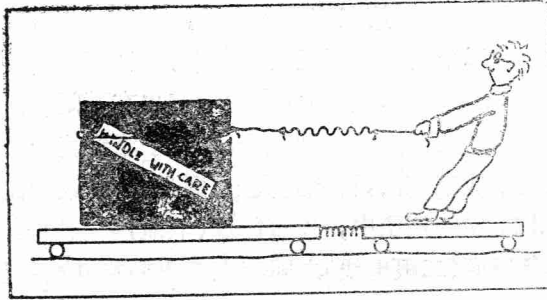


图4. 一种可能的演示实验的简图。此实验用来演示：动量在二条通道中从人的肌肉流到箱子，然后再流回到人的肌肉。取从左向右的方向为正，绳子上的伸长的弹簧表示正动量沿负方向流动，而二板之间压缩的弹簧表示正动量沿正方向流动。板下面的滚珠将动量路与地面绝缘。

图1(a)和(b)这二种情况的一个明显的差别是，图1(a)中的箱子有净动量，而图1(b)中的灯泡没有净电荷。然而，这一差别可以很容易消除。例如，将图1(b)中的灯泡用相互并联的电容器和欧姆电阻器代替。关系式

$$Q = CU \quad (7)$$

(这里  $C$  是电容器的电容)和关系式

$$p = mv \quad (8)$$

相类似。这一比较表明，物体的质量  $m$  可以被理解为物体的动量容(momentum capacity)。

### 五、小 结

力学的动量流图象比传统的图象至少有几个优点：

表1. 力学和电学间的类比汇总

#### (1) 物理量

电 学	力 学
电 量 $Q$	动量 $P_i; i=1,2,3$
电 流 $I_Q$	动量流 $I_{P_i}; i=1,2,3$
电 势 $\phi$	速度 $v_i; i=1,2,3$
电导率 $\sigma$	粘滞系数 $\eta$
电 阻 $R_Q$	力阻(mechanical resistance) $R_P$
电 容 $C$	动量容 $m$
电 感 $L$	力感(mechanical inductance) $1/K$ (=“弹簧常数的倒数”)

#### (2) 关系式

电 学	力 学
$dQ/dt=0$ (对绝缘体)	$dp/dt=0$ (对绝缘体)
$dQ/dt+I_Q=0$	$dp/dt+I_P=0$
$I_Q(1) = -I_Q(2)$ (二个物体间的电流)	$I_P(1) = -I_P(2)$ (二个物体间的动量流)
$R_Q = \Delta\phi/I_Q$	$R_P = \Delta v/I_P$
$N\phi_B = LI_Q; N$ = 线圈的匝数 $\phi_B$ = 每匝线圈的磁通量	$kx = I_P; x$ = 弹簧末端离平衡位置的位移
$P = \Delta\phi I_Q$	$P = \Delta v \cdot I_P$
$Q = C\Delta\phi$	$p = m\Delta v$

(i) 在描述力学过程时强调了局域分析的观点。

(ii) 在结构上与电学的传统描述相对应(见表1)。可

以证明,这种对应可以扩展到其他地方,包括对转动力学、热力学和化学等过程的处理,只要这些过程分别基于角动量、熵和物质的量的流动。实际上,这里所介绍的物理学的方法仅仅是对整个物理学都适用的广义动力学的一部分(Falk 1968, Schmid 1984)。

(iii) 容易应用。尤其是,它避免了传统上在对牛顿第三定律解释时所出现的典型性的混乱现象。

### 参 考 文 献

- DiSessa A A 1980 Am. J. Phys. 48 365  
Falk G 1968 Theoretische Physik auf der Grundlage einer allgemeinen Dynamik (Berlin: Springer-Verlag) Band I Punktmechanik(1966), Band II Thermodynamik (1968)  
Falk G, Herrmann F and Schmid G B 1983 Am. J. Phys. 51 1074.  
Falk G and Ruppel W 1976 Energie und Entropie (Berlin: Springer-Verlag) Ch. 3. §8.  
Feynman R P, Leighton R B and Sands M 1964 The Feynman Lectures on Physics Vol. II (Reading, Mass.: Addison-Wesley) pp. 41-2  
Herrmann F 1979 Konzepte eines zeitgemäßen Physikunterrichts, ed. G Falk and F Herrmann (Hannover: Schroedel-Verlag) Vol.3, p80  
Herrmann F and Schmid G B 1984 Am. J. Phys. 52 146  
Landau L D and Lifschitz E M 1959 Theory of Elasticity (Oxford: Pergamon) Ch 1, §2

MacFarlane A G J 1964 Engineering Systems Analysis (London: Harrap)

Olson H F 1958 Dynamical Analogies (Princeton, N J; van Nostrand)

Purcell E M 1973 Mechanics-Berkeley Physics Course Vol. 1 Newton, Mass; Education Development Center) p. 59

Schmid G B 1985 Am. J. Phys.

(译自 Eur. J. Phys. 6(1985) 16-21)