

Hannover, 1982), Vol. 5, pp. 53-64.

5. F. Herrmann and G. B. Schmid, "Rotational Dynamics and the Flow of Angular Momentum," submitted for publication to Eur. J. Phys. (译自 Am. J. Phys. 52(2), February 1984)

7. 引力场中的动量流

G Heiduck, F Herrmann and G Bruno Schmid

〔内容提要〕 至今我们仍然把两个物体间的引力看作是一种超距作用。然而,动量流这一概念为我们描述这种作用提供了一种局域分析法。利用这一方法,我们通过作动量流密度场线很容易设想出或定量地描绘出弱静引力场中的应力分布。本文给出了用计算机画出的地球和月球共同的引力场的这种分布曲线。我们将证明,两个巨大的物体是靠它们共同的引力场“压在一起”的。

一、引言

两个巨大的物体,如地球和月球,在不断地交换动量:一个物体的动量的减少导致另一个物体的动量的变化。用牛顿物理的话来说,这动量的变化是由于作用在两个物体上的力引起的。然而,这种情况也可用局域分析的方法来描述:物体的动量变化是由于动量流从一个物体流到另一个物体。这一说法意味着力是(负)动量流,而应力是(负)动量流密度 (Plank 1908, Weyl 1924, Herrmann and Schmid 1984, 1985 a)。

由于应力是张量,因此,似乎无法作出可读性好的应力分布图。然而,用动量流密度来代替应力,可以得到三个简单易懂的分布图,它们分别描述动量流的 x 分量、 y 分量和 z 分量。这种图反映了场中的动量流分布情况。我们以前曾发表过文章

来说明这种描述方法在静电场和静磁场中的应用(Herrmann and Schmid 1985 b)。本文用同样的方法描述了弱静引力场中的动量流。

本文第二部分介绍了弱静引力场的应力张量。第三部分给出了几个动量流密度的分布图,用来描述两个物体间的引力场的动量流密度分布情况,这两个物体的质量之比刚好等于地球和月球的质量之比。

二、弱静引力场的应力张量

正象电磁力可以用麦克斯韦应力张量描述一样,万有引力也可以由应力张量导出。弱静引力场的应力张量在笛卡儿坐标系中可以写为(Einstein 1918, Misner et al 1970)

$$\sigma_{ik} = -\frac{1}{8\pi G} \left[\sum_{j=1}^3 \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right)^2 \delta_{ik} - 2 \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \frac{\partial \phi}{\partial x_k} \right] \quad (1)$$

$$i, k = 1, 2, 3.$$

这里, ϕ 是引力势, G 是引力常数。

上式与静电场的负麦克斯韦应力张量的形式相同:

$$\delta_{ik} = \frac{\epsilon_0}{2} \left[\sum_{j=1}^3 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right)^2 \delta_{ik} - 2 \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \frac{\partial \varphi}{\partial x_k} \right] \quad (2)$$

$$i, k = 1, 2, 3.$$

(ϵ_0 = 真空的介电常数, φ = 电势)。在动量流图象中,负应力张量可以理解为动量流密度张量。为了形象地表示动量流密度场,我们选用笛卡儿坐标系中的矩阵表示。这一对称矩阵的行(或列)分别表示 x 、 y 和 z 动量流的“矢量”流密度。因此,张量流密度场可以形象地表示为三个流线图:一个对应于 x 动量的流动,一个对应于 y 动量的流动,一个对应于 z 动量的流动。简单地扩展从Merrill获得的程序(1976),我们已经编好

了画这些图形的计算机程序。

三、动量流分布的例子

图1表示二个质量比等于地球和月球的质量比的球体的引力场中的 x 动量流分布。二个物体的质心在图的平面内。在图2用较大的比例表示月球附近同样的场。图3表示在 $x-y$ 卡面内的 y 动量流分布(它等同于 $x-z$ 平面内的动量流分布)。

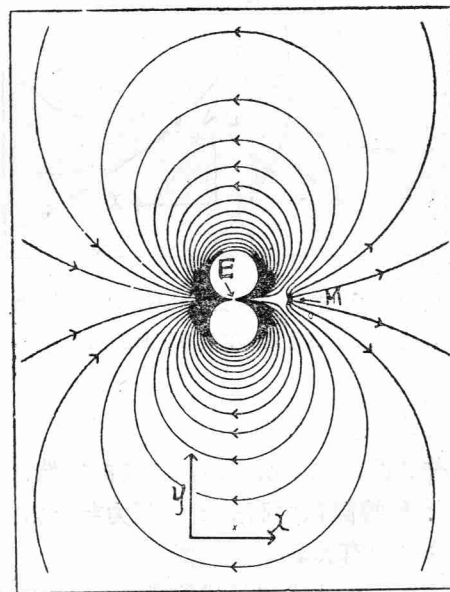


图1 $x-y$ 平面(即地球(E)和月球(M)的质心所处的平面)内瞬时 x 动量流密度的流线图。因为流线太密集,我们删掉了离地球最近的二个圆形区域的流线。在这个图中,地球和月球的直径太小了以致看不出来。

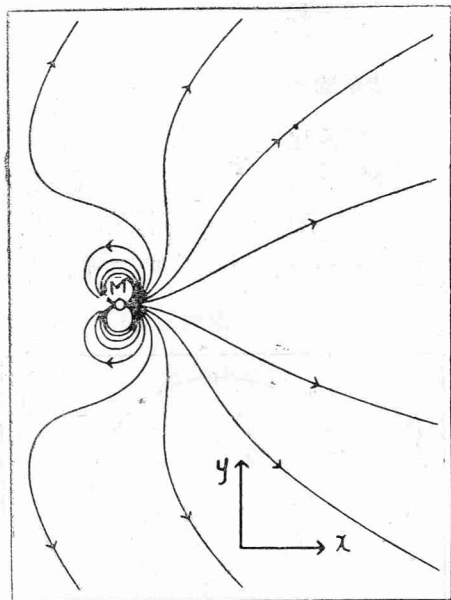


图2. 对图1中月球附近的 x 动量流密度场线的详细描述。同样,在月球附近的流线由于太密而没有在图中表示出来。

有二种流线要加以区别:

(1) 一种是回到原来所发出的物体的流线。这些流线与场作用在物体上的静压力有关。这压力与引力崩溃(gravitational collapse)有关。

(2) 一种是连接地球和月球的流线。这些流线从月球出发流到地球,它们描绘了两个物体之间的动量流。图1表示月球的 x 动量在减少,这是因为 x 动量流在从月球流出。这动量流通过场流到地球,使地球的动量增加。图1和2表明,动量流不是从右向左取最短的路径流动:它从月球的右边出发,从

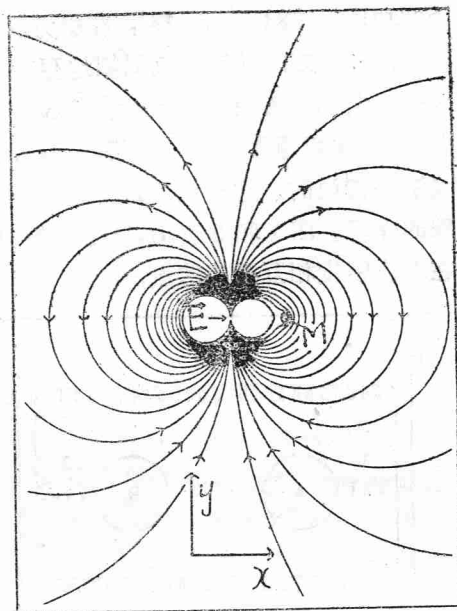


图3 $x-y$ 平面内瞬时 y 动量流密度的流线图。在地球附近的流线没有表示出来。此分布等同于 $x-z$ 平面内的动量流的分布。

右向左绕了很大的弯,从左边流入地球。图3表明,没有 y 动量(和 z 动量)从月球流到地球或从地球流到月球。

用力学应力来描述意味着物体并不是靠引力场拉在一起的,而是在它们共同的场的向内的压力作用下压在一起的。这动量流可以用图4所示的轭架-弹簧(yoke-and-spring)装置粗略地加以描述。这里,物体A和B不是通过引力场而是通过四根弹簧和二根杆连系起来。弹簧1和2中的 x 动量流从左流向右,使这两根弹簧处于受压状态。弹簧3和4中的

x 动量流从右流向左,使这二根弹簧处于拉伸状态。(Herrmann and Schmid 1984)。同样,在引力场中,在 x 方向的动量流线指向 $+x$ 方向的地方就局域地存在着压力;在动量流线指向 $-x$ 方向的地方就局域地存在着拉力。

在基础力学中,我们通常这样说:万有引力“沿着中心线”作用。这种说法是错误的。这种说法认为,这条线在力的传递中起着特殊的作用。图1和3表明,这是错的:在球心的连线上甚至存在着流密度相互抵消的点。

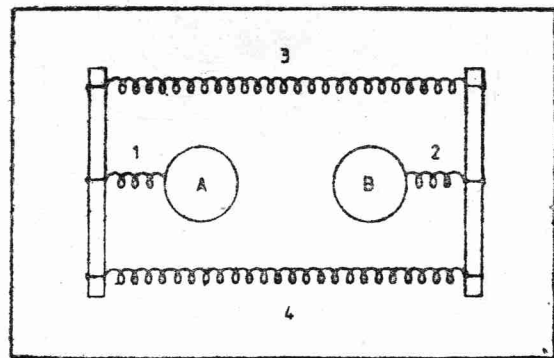


图4 一个简单的力学例子说明,可以通过弹簧-框架装置把两个物体A和B压在一起。两个巨大物体之间的引力场可充当这种装置。

四、结束语

牛顿力学的语言是超距作用的语言。动量流的语言是局域分析的语言。根据局域分析的观点,“力”自然可以描述为“动量流”。因为动量这个流动的量是一个矢量,所以它的流密度是一个张量。将动量流的三个笛卡儿分量用三个流线图表示时,这个张量场就形象地被描述出来了。从这些图中,可

以直接看出场的某些性质,例如,二个巨大的物体是由它们共同的引力场压在一起的。

参 考 文 献

- Einstein A 1918 Sitzungsber. k. Preuss. Akad. Wiss. VIII 154 Herrmann F and Schmid G B 1984 Am. J. Phys. 52 146
 —1985 Eur. J. Phys. 6 16
 —1985 Am. J. Phys. 53 415
 Merrill J R 1976 Using Computers in Physics (Boston, Houghton Mifflin) pp47—54
 Misner C W, Thorne K S and Wheeler J A 1970 Gravitation (San Francisco: Freeman) §20.5
 Planck M 1908 Phys. Z. 9 8 28
 Weyl H 1924 Die Naturwissenschaften 12 chap. III
 (译自Eur. J. Phys. 8(1987)41—43)