

9. Механические напряжения сжатия и растяжения

9.1 Связь между давлением и силой потока импульса

Колода К зажата с помощью пружины между двумя стенками, рис. 9.1. Через эту конструкцию течет поток импульса. Поток импульса всегда сопровождается тем, что проводник потока импульса испытывает *механическое напряжение*: сжатия или растяжения. Ты помнишь о нашем правиле: поток импульса, направленный направо, обозначает сжатие, поток импульса, направленный налево, обозначает растяжение.

Рассмотрим напряжение в колоде. Так как поток импульса равномерно распределяется по всей колоде, на каждый элемент колоды действует напряжение сжатия; то есть каждый элемент колоды «испытывает» сжатие, рис. 9.2.

На рис. 9.3 сравниваются две колоды К1 и К2. В связи с тем что обе пружины на рис. 9.3 совершенно одинаковы, протекающий в обоих случаях поток импульса одинаков. Предположим, что он равен $200 \text{ Н/с} = 200 \text{ Н}$ ($[\text{Н/с}] = [\text{кгм/с}]$ в российских учебниках по физике не используется). Колода К2 имеет большее поперечное сечение, чем колода К1. Поэтому в колоде К2 поток импульса распределяется на большее поперечное сечение. Следовательно, *сила потока импульса на единицу площади* для колоды К2 меньше, чем для колоды К1. Таким образом, через каждый квадратный сантиметр поперечного сечения колоды К1 протекает поток импульса

$$200/25 = 8 \text{ Н.}$$

А через каждый квадратный сантиметр поперечного сечения колоды К2 протекает поток импульса

$$200/100 = 2 \text{ Н.}$$

Следовательно, каждый элемент колоды К1 «испытывает» большее сжатие, чем каждый элемент колоды К2.

Теперь мы видим: для того чтобы охарактеризовать механическое напряжение в определенном месте внутри тела, следует использовать силу потока импульса на единицу

поверхности. Отношение силы потока импульса к площади поперечного сечения, через которую этот поток протекает, называется давлением. С этой физической величиной мы уже ранее познакомились в других разделах.

(Рис. 9.1. Колода К находится под действием напряжения сжатия.)

(Рис. 9.2. Поток импульса распределяется по всему поперечному сечению колоды.)

(Рис. 9.3. Сила потоков импульса в К1 и К2 одинакова. Однако сила потока импульса на единицу площади, то есть давление, в К1 больше, чем в К2. ($A_1 = 25 \text{ см}^2$, $A_2 = 100 \text{ см}^2$))

Давление обозначается буквой p

$$p = F/A.$$

Если силу потока импульса обозначать в ньютонах (Н), а площадь поперечного сечения в м^2 , то мы получим единицу измерения давления Н/м^2 . Эта единица измерения носит название Паскаль, аббревиатура Па. Таким образом

$$\text{Па} = \text{Н/м}^2.$$

1 Па представляет собой очень маленькое давление. Поэтому часто используется большая единица измерения

$$1 \text{ кПа} = 1\,000 \text{ Па}$$

и

$$1 \text{ МПа} = 1\,000\,000 \text{ Па,}$$

а кроме того и бар:

$$1 \text{ бар} = 100\,000 \text{ Па.}$$

Теперь вернемся к нашим колодам. Колода К1 испытывает сжатие или

напряжение сжатия, то есть она находится под давлением

$$p_1 = F/A_1 = 200 \text{ Н}/0,0025 \text{ м}^2 = 80\,000 \text{ Па} \\ = 80 \text{ кПа.}$$

Колода К2 находится под давлением

$$p_2 = F/A_2 = 200 \text{ Н}/0,01 \text{ м}^2 = 20\,000 \text{ Па} \\ = 20 \text{ кПа.}$$

(Площади поперечного сечения A_1 и A_2 должны измеряться в м^2 для того, чтобы получить Па в качестве единицы измерения давления.)

Через колоду К на рис. 9.4 движется поток импульса 200 Н в отрицательном направлении. При вычислении величины давления p необходимо учитывать знак величины силы потока. В данном случае

$$p = -200 \text{ Н}/0,01 \text{ м}^2 = -20\,000 \text{ Па} \\ = -20 \text{ кПа.}$$

(Рис. 9.4. Колода находится под действием напряжения растяжения, давление здесь отрицательное. ($A = 100 \text{ см}^2$))

(Рис. 9.5. К заданию 1. $A_1 = 2 \text{ см}^2$, $A_2 = 3 \text{ см}^2$, $A_3 = 3 \text{ см}^2$)

(Рис. 9.6. К заданию 2)

Отрицательная величина давления обозначает напряжение растяжения.

Вывод:

Давление равно величине силы потока импульса на единицу поперечного сечения.

Задания

1. Происходит буксировка автомашины. На рис. 9.5 представлен фрагмент буксировки: крюк на автомобиле, который буксируется, трос и привязанный к тросу канат из искусственного материала. При этом в автомобиль течет поток импульса, равный 420 Н. Вычисли напряжение в 1, 2 и 3 точках. Обрати внимание на знак потока. Определи, является ли это напряжением сжатия или растяжения.

2. Тросы на рис. 9.6 имеют одинаковое поперечное сечение $1,5 \text{ см}^2$. Ящик имеет массу 12 кг. Рассчитай напряжение растяжения в точках 1, 2 и 3.

3. Ты вдавливаешь канцелярскую кнопку в деревянную доску. Оцени давление в центре, на половине высоты иглы этой кнопки. Какое давление будет на острие канцелярской кнопки?

4. Оцени давление, которое возникает на острие гвоздя, если ударить молотком по этому гвоздю.

9.2 Механические напряжения в трех направлениях

Мы анализируем поведение тела, которое находится одновременно под напряжением сжатия и напряжением растяжения. «Да это невозможно» мог бы возразить некто, «либо тело находится под действием сжатия, либо растяжения, и что одно взаимно исключает другое!» Несмотря ни на что, нам удалось успешно реализовать этот процесс.

Мы взяли обычную губку. Обхватили ее обеими руками и сжали пальцами. Одновременно с этим мы растянули руки в противоположные стороны рис. 9.7. Теперь действительно внутри губки ощущается одновременно напряжение сжатия и растяжения, сжатие в горизонтальном направлении, а

растяжение в вертикальном направлении. На рис. 9.8 представлена аналогичная ситуация. Колода К в горизонтальном направлении находится под воздействием растяжения, а в вертикальном под воздействием сжатия. Можно обеспечить также растяжение и сжатие в обоих направлениях. Кроме того понятно, что сжатие и растяжение в горизонтальном и вертикальном направлениях могут иметь различные значения.

(Рис. 9.7. Внутренность губки в вертикальном направлении находится под воздействием напряжения растяжения, а в горизонтальном под воздействием напряжения сжатия.)

(Рис. 9.8. Колода в вертикальном направлении находится под воздействием сжатия, а в горизонтальном под воздействием растяжения.)

(Рис. 9.9. Сжатия в вертикальном и в горизонтальном направлениях различны.)

На рис. 9.9 величина сжатия в горизонтальном направлении равна

$$p_1 = 50 \text{ Н} / 0,01 \text{ м}^2 = 5 \text{ 000 Па} = 5 \text{ кПа},$$

а в вертикальном направлении

$$p_2 = 300 \text{ Н} / 0,015 \text{ м}^2 = 20 \text{ 000 Па} = 20 \text{ кПа}.$$

(Рис. 9.10. Напряжения сжатия могут быть реализованы и в трех взаимно перпендикулярных направлениях.)

Наконец, колода может быть подвержена любому воздействию напряжения сжатия или растяжения в трех измерениях. Например, на рис. 9.10 имеем

$$p_1 = 5 \text{ 000 Па}$$

$$p_2 = -2 \text{ 000 Па}$$

$$p_3 = -40 \text{ 000 Па}.$$

Теперь ты можешь подумать о реализации различных сжатий или растяжений в других направлениях. Например, почему бы не реализовать пять различных напряжений сжатия (или растяжения) в пяти различных направлениях, рис. 9.11? Однако, это невыполнимо. Доказательство этого положения весьма затруднительно, поэтому мы просто примем, что

Напряжения сжатия или растяжения можно реализовать только в трех взаимно перпендикулярных направлениях.

(Рис. 9.11. В трехмерном пространстве невозможно реализовать более трех сжатий в различных направлениях (в двухмерном пространстве более двух.)

Если попытаться в каком-либо четвертом направлении изменить сжатие, то автоматически произойдет изменение сжатий в трех первых направлениях.

Этот результат действителен для каждой точки внутри тела. Механическое напряжение может значительно изменяться от точки к точке. В примере со сжатой и растянутой губкой (рис. 9.7) сжатие или растяжение в ее середине значительно отличается от сжатия или растяжения на ее нижней или верхней частях.

Если сжатие в трех взаимно перпендикулярных направлениях имеет одинаковую величину, например, 12 кПа, то во всех других направлениях пространства будет тоже самое сжатие, а именно, 12 кПа.

Каждый материал выдерживает только определенное напряжение сжатия и растяжения. Часто данный материал выдерживает значительно более

высокое напряжение сжатия по сравнению с напряжением растяжения.

Бетон, например, выдерживает напряжение сжатия равное примерно 50 кПа, тогда как напряжение растяжения составит всего 1/20 этой величины. Иногда, тем не менее, бетонный носитель может в определенных местах подвергаться растяжению. На рис. 9.12 представлен бетонный носитель, который лежит на двух опорах, а на середине этого носителя находится груз (типичная ситуация). Бетон в верхней части носителя находится под действием сжатия в горизонтальном направлении, а в нижней части носителя под действием растяжения в том же направлении. Так как бетон сам по себе плохо выдерживает напряжение растяжения, его необходимо усиливать с помощью стали, так как сталь выдерживает высокое напряжение растяжения.

(Рис. 9.12. Верхняя часть носителя подвергается сжатию в горизонтальном направлении, нижняя часть растяжению в том же направлении. (сжатие, растяжение))

Для того чтобы повысить устойчивость материала к растяжению, некоторые искусственные материалы усиливаются с помощью содержащего углерод волокна. Такие материалы применяются, например, для производства лыж, трамплинных досок в плавательных бассейнах и для планеров.

Многие материалы в различных направлениях выдерживают не одинаковую нагрузку. Одним известным примером является дерево. Хвойная древесина в направлении текстуры выдерживает около 10 МПа, а в перпендикулярном направлении только 1/20 этой величины.

Задания

1. Назови материалы, которые выдерживают высокое напряжение растяжения, но только незначительное напряжение сжатия.

2. Назови материалы, которые выдерживают высокое напряжение сжатия, но только незначительное напряжение растяжения.

3. Назови материалы, которые выдерживают в различных направлениях значительно отличающиеся напряжения сжатия и растяжения.

9.3 Давление в жидкостях и газах

Ранее мы рассматривали механические напряжения в твердых телах. (Губка является также «твердым» телом, так как она не является ни жидкостью и ни газом.) Понаблюдаем теперь под давлением какую-нибудь жидкость, например воду. Сначала, не имея никакого опыта, мы попытаемся сделать то, что мы осуществляли с колодой на рис. 9.1. Надавим сверху на воду, рис. 9.13. Произойдет то, что и должно было произойти: вода отклоняется от давления в разные стороны.

(Рис. 9. 13. Вода не остается под давлением. Она уклоняется от него.)

Тогда мы предпримем другую попытку: сделаем так, чтобы вода не могла уклоняться от давления, рис. 9.14. Если поперечное сечение поршня $A = 5 \text{ см}^2$, а сила потока импульса составляет $F = 200 \text{ Н}$, то давление в горизонтальном направлении будет равно

$$P = F/A = 200 \text{ Н}/0,0005 \text{ см}^2 \\ = 2\,000\,000 \text{ Па} = 2 \text{ МПа}.$$

Так как вода в направлении, которое перпендикулярно направлению движения поршня, пытается уклониться

от этого давления, то и в перпендикулярном направлении возникает напряжение сжатия, которое имеет ту же величину, что и в направлении движения поршня. На всех остальных направлениях также устанавливается давление той же величины.

(Рис. 9.14. Поршень находится под давлением только в горизонтальном направлении, вода же находится под давлением во всех направлениях. (вода))

(Рис. 9.15. Так как давление действует во всех направлениях, вода разбрызгивается во всех направлениях. (вода))

На рис. 9.15 представлена попытка показать это особенно ярко.

В любой точке жидкости во всех направлениях действует одинаковое давление.

То же самое происходит и в газах, так как газы также, как и жидкости, уклоняются во все стороны от давления, если им ничто в этом не препятствует.

9.4 Плотность

Мы рассматриваем тело, имеющее однородную структуру. Тело имеет массу m и объем V . Отношение массы к объему называется плотностью ρ :

$$\rho = m/V.$$

Тело из железа, имеет значительно большую плотность по сравнению с телом из дерева, так как 1 м^3 железа имеет большую массу по сравнению с 1 м^3 дерева. Плотность не зависит от размеров и формы тела, так как для ее определения необходимо поделить массу тела на его объем. Плотность зависит только от материала, из

которого выполнено данное тело, то есть, плотность является одним из *свойств материала*.

Поэтому не надо больше говорить: «Тело, выполненное из железа, имеет плотность 7800 кг/м^3 », а достаточно сказать: «Железо имеет плотность, равную 7800 кг/м^3 ».

Теперь мы имеем нечто конкретное перед глазами, чтобы говорить о твердом теле. Отношение m/V может быть также использовано как для жидкостей, так и для газов.

Впрочем, существует еще много других свойств различных материалов, которые оцениваются числовыми характеристиками: электрическая проводимость, теплопроводность, способность к нагреванию, способность к намагничиванию, цвет, абсорбирующие способности...

9.5 Давление силы тяжести

Мы напоминаем еще раз: Давление в какой-либо определенной точке жидкости во всех *направлениях* одинаково. Однако, это не означает, что во всех *точках* жидкости давление должно быть одинаковым. Мы познакомимся с такой ситуацией, при которой в жидкости происходит изменение давления при переходе от точки к точке.

На рис. 9.16 представлен наполненный водой цилиндрический сосуд. В воде присутствует давление, которое увеличивается сверху вниз. Мы хотим определить давление в точке, находящейся на расстоянии h от поверхности воды.

(Рис. 9.16. Давление увеличивается при движении сверху вниз.)

Мысленно мы проводим поперечное сечение S , площадь которого равна A . Прежде всего, нас интересует сила потока импульса через это поперечное сечение.

Этот поток импульса определяется двумя различными составляющими:

1. В связи с тем что давление воздуха сверху на поверхность воды составляет

$$p_{\text{воздух}} = 1 \text{ бар} = 100\,000 \text{ Па},$$

сверху вниз в воду и сквозь нее течет поток импульса силой

$$F_1 = p_{\text{воздух}} * A.$$

2. Исходя из нашего прежнего выражения

$$F = m * g, \quad (1)$$

в каждую частичку воды втекает поток импульса поля силы тяжести, который стекает через воду вниз (m - масса, g - ускорение свободного падения). Наше поперечное сечение пересекается этим суммарным потоком импульса, который от этой поверхности течет вниз в воду. Для того чтобы определить силу этого потока импульса, мы должны определить в выражении (1) массу воды $m_{\text{верх}}$ над поперечным сечением S :

$$F_2 = m_{\text{верх}} * g \quad (2)$$

Массу $m_{\text{верх}}$ мы можем легко определить из следующего выражения

$$\rho = m/V,$$

разрешив его относительно массы и введя в него плотность ρ воды и ее объем V , находящийся над нашим сечением:

$$m_{\text{верх}} = \rho_{\text{вода}} * V_{\text{верх}}.$$

При этом

$$V_{\text{верх}} = A * h.$$

Отсюда имеем

$$m_{\text{верх}} = \rho_{\text{вода}} * A * h.$$

Подставив это выражение в уравнение (2), получим

$$F_2 = m_{\text{верх}} * g = \rho_{\text{вода}} * A * h * g.$$

Суммарная сила потока импульса F определяется сложением F_1 и F_2 :

$$F = F_1 + F_2$$

$$= p_{\text{воздух}} * A + \rho_{\text{вода}} * A * h * g$$

$$= (p_{\text{воздух}} + \rho_{\text{вода}} * g * h) * A.$$

С помощью выражения $p = F/A$ теперь мы можем определить давление на высоте нашего сечения

$$p = F/A = ((p_{\text{воздух}} + \rho_{\text{вода}} * g * h) * A)/A$$

$$= p_{\text{воздух}} + \rho_{\text{вода}} * g * h.$$

Следовательно, давление на расстоянии h от поверхности воды равно:

$$p = p_{\text{воздух}} + \rho_{\text{вода}} * g * h. \quad (3)$$

Так как поток импульса состоит из двух составляющих, то и давление также определяется двумя составляющими:

- давлением $p_{\text{воздух}}$ воздуха на поверхности воды;

- и давлением $p_S = \rho_{\text{вода}} * g * h$, причиной которого является вес водяного столба. На более глубокие слои воды действует вес слоев воды, которые находятся над ними. Эту составляющую p_S называют *давлением силы тяжести* воды.

Собственно говоря, при вычислении давления речь идет о давлении в вертикальном направлении. Но так как мы рассматривали поведение жидкости,

то ясно, что это же давление действует и в горизонтальном направлении.

Само собой разумеется, что проведенный анализ относится также и к другим жидкостям. В этом случае следует только вместо плотности воды $\rho_{\text{вода}}$ брать плотность той жидкости, которая анализируется. Таким образом, можно сделать следующий обобщенный вывод:

Давление силы тяжести в любой жидкости равно:

$$p_s = \rho * g * h$$

Теперь мы хотим конкретно с цифрами определить давление силы тяжести воды. Пусть

$$\rho = 1\,000 \text{ кг/м}^3 \text{ и } g = 10 \text{ Н/кг},$$

тогда

$$p_s = 1\,000 \text{ кг/м}^3 * 10 \text{ Н/кг} * h \\ = 10\,000 * h * \text{Н/м}^3.$$

Если высота водяного столба равна $h = 10$ м, то

$$p_s = 100\,000 \text{ Н/м}^2 = 100\,000 \text{ Па} = 1 \text{ бар}.$$

Тогда суммарное давление равно

$$p = p_{\text{воздух}} + p_s = 1 \text{ бар} + 1 \text{ бар} = 2 \text{ бар}.$$

Итак, на глубине 10 м давление воды на 1 бар выше, чем давление на поверхности воды, на глубине 20 м выше на 2 бара и так далее.

На рис. 9.17 представлена зависимость давления от высоты h . Нулевая точка по высоте h лежит на поверхности воды.

(Рис. 9.17. Давление в зависимости от высоты водяного столба. Нулевая точка по высоте лежит на поверхности воды. (бар, м))

Аналогично тому, что давление в воде при движении вверх уменьшается, давление в воздухе также уменьшается при движении вверх от поверхности земли. Давление окружающего нас воздуха представляет собой давление силы тяжести воздуха. Уменьшение давления воздуха с увеличением высоты происходит нелинейно. Мы не можем производить вычисление давления воздуха в зависимости от высоты по формуле

$$p_s = \rho * g * h,$$

так как плотность воздуха уменьшается в зависимости от увеличения высоты. На рис. 9.18 показано давление силы тяжести воздуха в зависимости от высоты. Следует отметить, что масштабы по оси высот на рисунках 9.17 и 9.18 имеют разные значения.

(Рис. 9.18. Давление воздуха в зависимости от высоты. Здесь высота при движении вверх положительна. (бар, км))

(Рис. 9.19. Давление в зависимости от высоты под и над уровнем моря. Нулевая точка по высоте лежит на уровне моря. (бар, вода, воздух, м))

На рис. 9.19. представлена зависимость давления от высоты под и над уровнем моря. Шкала по высоте начинается с уровня, который лежит на 100 м ниже поверхности воды. Давление на этом уровне составляет 11 бар. При движении вверх к поверхности воды давление снижается и на поверхности воды составляет 1 бар. Это значение представляет собой давление силы тяжести воздуха на поверхности воды. При движении дальше вверх давление продолжает падать. В связи с тем, что плотность воздуха очень мала, то и это уменьшение также незначительно.

(Рис. 9.20. К заданию 3. (вода, ртуть. м))

Задания

1. Каково давление силы тяжести воды на дне бассейна, если его глубина составляет 4 м? Каково суммарное давление?
2. Самое глубокое место в мировом океане составляет около 11 000 м. Каково давление в этом месте?
3. Каково давление на дно сосуда, представленного на рис. 9.20? Поршень, который разделяет обе жидкости, может легко перемещаться. Поршень настолько мал и легок, что его влияние на давление на дно сосуда можно не принимать во внимание. Плотность ртути составляет $13\,550\text{ кг/м}^3$.

9.6 Более сложные сосуды

При использовании формулы

$$p_s = \rho * g * h$$

мы рассматривали поведение жидкости в сосуде с перпендикулярными по отношению к горизонту стенками. Напрашивается мысль о том, что эта формула может быть использована и для других сосудов.

На рис. 9.21a представлен сосуд, который состоит из двух частей. Эти части соединены друг с другом тонкой трубкой. Каково давление силы тяжести в точке А и каково оно в точке В? Используя вышеуказанную формулу, мы находим

$$\text{для точки А: } p_{s,A} = \rho_{\text{вода}} * g * h_A,$$

$$\text{для точки В: } p_{s,B} = \rho_{\text{вода}} * g * h_B.$$

Рассчитанные давления правильны, необходимо только знать, что мы вообще рассчитали. Прежде всего необходимо предусмотреть то, что

воздух оказывает на поверхность воды давление равное 1 бар.

$p_{s,A}$ – это давление силы тяжести, которое оказывает вода на точку А в верхнем сосуде. Но что же такое $p_{s,B}$?

$p_{s,B}$ – это давление силы тяжести, которое оказывает вода нижнего сосуда на точку В. Теперь необходимо принять во внимание то, что вода верхнего сосуда через тонкую трубку оказывает давление на воду в нижнем сосуде. Следовательно, давление в точке В определяется не только давлением воды нижнего сосуда, но и давлением воды верхнего сосуда из-за того, что эти сосуда соединены.

Или проще: давление силы тяжести всей воды в точке В равно

$$p_{s,B} = p_{s,A} + p_{s,B'} = \rho_{\text{вода}} * g * (h_A + h_{B'})$$

$$= \rho_{\text{вода}} * g * h_B.$$

Следовательно, давление в точке В есть давление, которое имелось бы в точке В неразделенного на две части сосуда, высота которого равна h_B , рис. 9.21b. Или другими словами высота h , которую мы должны поставить в формулу

$$p_s = \rho * g * h,$$

является перпендикуляром, восстановленным от рассматриваемой точки до поверхности воды, вне зависимости от того, находится ли эта точка на этом перпендикуляре или куда-либо сдвинута, и вне зависимости от того, как велика эта поверхность воды.

Таким образом, в каждой точке воды на определенной глубине действует одинаковое давление. Рис. 9.22 дает ясное понимание этого положения.

Чтобы давление на определенной глубине везде было постоянным

необходимо, чтобы жидкость находилась в состоянии покоя. Если происходят какие-либо перемещения жидкости (или газа), то давление не будет оставаться постоянным, так как эти перемещения как раз и происходят из-за того, что давления в разных точках неодинаково.

Теперь можно сделать вывод:

В покоящихся жидкостях и газах давление в горизонтальной плоскости везде одинаково.

(Рис. 9.21. Давление в точке В в сосуде слева равно давлению в точке В в сосуде справа.)

(Рис. 9.22. В целиком заполненном жидкостью резервуаре давление в горизонтальном сечении везде одинаково. (бар))

Этот вывод вполне согласуется с повседневным опытом, который каждый из нас уже проделывал: в сообщающихся сосудах уровень жидкости одинаков, рис.9.23.

(Рис.9.23. В сообщающихся сосудах уровень жидкости одинаков.)

На обеих поверхностях воды в сосудах давление силы тяжести воды равно 0 Па, то есть оба давления одинаковы. В соответствии с нашим правилом обе поверхности воды должны находиться на одном уровне.

Задания

1. Что произойдет, если кран на рис. 9.24 будет открыт? Почему?

2. В левом сосуде на рис. 9.25 находится вода, в правом спирт. Граница между жидкостями находится в горизонтальной трубке. Уровень жидкости в правом сосуде выше уровня

жидкости в левом сосуде. Почему? Какова величина разности уровней? ($\rho_{\text{спирт}} = 790 \text{ кг/м}^3$)

(Рис. 9.24. К заданию 1.)

(Рис. 9.25. К заданию 2. (спирт, вода, см))

9.7 Подъемная сила

Мяч рукой погружается в воду. Мяч при этом «стремится» вверх. Почему это происходит? Вода давит на мяч со всех сторон на его поверхность. Так как давление в воде нарастает сверху вниз, то вода давит на нижнюю часть мяча сильнее, чем на верхнюю. В результате мяч выдавливается вверх, рис. 9.26.

Не только такой очень легкий предмет как мяч, но также и любое другое тело, погруженное в жидкость, испытывает на себе подъемную силу.

Кусок железа подвешивается на пружинном динамометре, а затем его опускают в воду, рис.9.27. Стрелка динамометра движется вверх. Вода давит на кусок железа снизу вверх, то есть кусок железа явно становится легче.

(Рис.9.26. На нижней части мяча давление выше, чем на верхней. (низкое давление, высокое давление))

(Рис.9.27. Кусок железа, который висит на пружинном динамометре, погружается в воду. Он становится явно легче.)

Благодаря полю тяготения земли в кусок железа втекает поток импульса силой

$$F = m_{\text{железо}} * g.$$

Этот проходящий поток импульса (рис.9.27а) возвращается через шнур снова в землю. На рис. 9.27b через шнур

вытекает только часть этого потока. Остальная часть вытекает через воду. Сила вытекающего через воду потока импульса носит название *подъемной силы*. Мы хотим рассчитать эту силу.

Сначала рассмотрим воду без погруженного в нее тела, мысленно, однако, выделив ту область воды, которая была занята погруженным телом. (Представь себе, что эта часть воды с помощью легкого пластикового пакета отделена от остальной воды.) Само собой разумеется, что это «водяное тело» остается во взвешенном состоянии, так как оно не всплывает и не тонет. Это означает, что наше, так называемое тело, никакого результирующего импульса не получает и не теряет.

Полный поток втекающего импульса равен

$$F_{\text{вт}} = m_{\text{вода}} * g.$$

«Водяное тело» получает этот поток импульса от поля тяготения земли, дальше этот поток стекает с поверхности «водяного тела» в окружающую воду и оттуда снова к земле. Теперь ясно, что должен иметь место также и вытекающий поток импульса $F_{\text{вы}}$ силой

$$F_{\text{вы}} = m_{\text{вода}} * g.$$

Теперь заменим наше воображаемое «водяное тело» на первоначальное железное тело. Внутри железного тела втекает поток импульса силой

$$F_{\text{вт}} = m_{\text{железо}} * g$$

Однако из этого тела вытекает все тот же поток, который вытекал ранее, так как распределение давления по поверхности железного тела будет тем же самым, что и по поверхности воображаемого «водяного тела».

Следовательно, вытекающий поток не изменится и будет равным

$$F_{\text{вы}} = m_{\text{вода}} * g.$$

В этом случае результирующий импульс не равен нулю, а равен

$$\begin{aligned} F_{\text{р}} &= F_{\text{вт}} - F_{\text{вы}} \\ &= (m_{\text{железо}} - m_{\text{вода}}) * g \end{aligned} \quad (1)$$

Составляющая $m_{\text{вода}} * g$, из-за которой результирующий поток импульса при погружении тела в воду становится меньше, и является искомой подъемной силой $F_{\text{п}}$:

$$F_{\text{п}} = m_{\text{вода}} * g$$

Напомним, что обозначает $m_{\text{вода}}$: это масса нашего «водяного тела», то есть масса воды, вытесненной нашим реальным телом.

Наши рассуждения относятся, разумеется, также и к другим случаям, когда погруженное тело не является железом, а жидкость не является водой. В выражение (1) мы поставим массу тела $m_{\text{т}}$ вместо $m_{\text{железо}}$ и массу жидкости $m_{\text{ж}}$ вместо $m_{\text{вода}}$, тогда получим:

$$F_{\text{р}} = (m_{\text{т}} - m_{\text{ж}}) * g \quad (2)$$

Подъемная сила представляет собой часть, которая вычитается из $m_{\text{т}} * g$. Следовательно:

$$F_{\text{п}} = m_{\text{ж}} * g$$

Мы можем это положение выразить следующим образом:

Кажущаяся масса, погруженного в жидкость тела, меньше фактической его массы на величину массы жидкости, которую это тело вытеснило.

Запишем выражение (2) в более удобной форме. Для этого заменим обе массы m_T и m_J с помощью выражения

$$m = \rho * V,$$

которое следует из

$$\rho = m/V.$$

Кроме того,

$$m_T = \rho_T * V \quad (3)$$

и

$$m_J = \rho_J * V. \quad (4)$$

Объем тела V равен объему вытесненной жидкости.

При подстановке выражений (3) и (4) в выражение (2) получаем:

$$F_p = (\rho_T - \rho_J) * V * g.$$

Это выражение говорит о том, что сила потока импульса положительна тогда, когда ρ_T больше чем ρ_J . Положительная сила потока импульса говорит о том, что тело начинает тонуть. Отрицательная сила потока импульса говорит о том, что тело начинает всплывать. Только в том случае, когда $\rho_T = \rho_J$, то есть $F_p = 0$, тело остается во взвешенном состоянии.

$\rho_T > \rho_J$: Тело тонет.

$\rho_T < \rho_J$: Тело всплывает

$\rho_T = \rho_J$: Тело находится во взвешенном состоянии.

Задания

1. Рассчитай подъемную силу F_{Π} куска железа объемом 5 см^3 , которое полностью погружено в ртуть. Всплывет ли железо или утонет, если его предоставить самому себе? На

сколько граммов, как это кажется, уменьшилась из-за нахождения в ртути масса этого куска железа? (Плотность железа: 7900 кг/м^3 , плотность ртути: 13550 кг/м^3).

2. Часть гранитной скалы массой 150 т лежит на дне моря (плотность гранита 2600 кг/м^3). Какова подъемная сила? На сколько кажущаяся масса этой части скалы меньше, чем ее истинная масса?

3. Камень, плотность материала которого составляет 2400 кг/м^3 , находится на дне плавательного бассейна. Камень «весит» в воде 1,4 кг. Какова его истинная масса?

4. Плотность дерева меньше плотности воды. Поэтому кусок дерева, который утоплен в воде, всплывает к поверхности воды. Когда часть куска дерева показывается из воды, этот кусок больше не всплывает. Почему?

5. Корабль весит 1500 т. Какова масса вытесненной воды?

6. Корабль плывет сначала по реке, а затем выходит в море. Плотность морской воды немного больше плотности речной воды. Как этот переход из реки в море повлияет на корабль?

9.8 Напряжение растяжения в газах и жидкостях

Если с помощью соломинки пить кока-колу из стакана, то кажется, будто напиток вытаскивается из стакана, рис. 9.28. Почему жидкость должна подниматься по соломинке вверх? Когда мы начинаем пить, в соломинке еще находится воздух. При всасывании напиток поднимается вверх. Это выглядит так, как будто напиток тянется вверх за воздухом.

(Рис. 9.28. Кока-кола выдавливается в соломинку вверх, а не вытягивается через нее.)

Мы увидим ниже, что такое утверждение неправильно. Ни воздух, ни кока-кола не могут вытягиваться вверх или в общем виде:

Газы и жидкости не могут находиться под напряжением растяжения.

В чем же, однако, заключается наша ошибка? Как попадает кока-кола в рот, если не через вытягивание?

В цилиндре на рис. 9.29а находится воздух при нормальном давлении: $p = 1$ бар. Снаружи также имеется воздух, который также находится под давлением 1 бар. Несмотря на то, что воздух внутри цилиндра давит на поршень, нам нет необходимости удерживать поршень на месте, так как снаружи давление такое же как и внутри.

Потянем теперь поршень в правую сторону и будем его удерживать, рис. 9.29b. При этом давление внутри цилиндра уменьшится, давление же снаружи, естественно, нет. Теперь у нас создается впечатление, что кто-то тянет поршень влево и его нужно удерживать. Действительно, внешний воздух просто давит на поршень справа налево. Внутри цилиндра, как и прежде, давление положительно, только оно меньше, чем прежде. Но никакого напряжения растяжения здесь нет.

Можно было бы подумать, что есть возможность создать внутри цилиндра напряжение растяжения, если достаточно долго тянуть поршень направо, рис. 9.30. Опыт показывает, что это не так. Хотя давление и снижается, но все с меньшей и меньшей скоростью. При этом давление никогда не достигнет величины 0 бар, а всегда останется положительным.

Вместо того чтобы вытягивать поршень, можно также присоединить наш цилиндр к вакуумному насосу, рис. 9.31. Во время работы вакуумного насоса, давление в цилиндре падает и только в том случае, когда весь воздух будет выкачан из цилиндра, давление достигнет нуля бар. Отрицательного давления достичь невозможно даже при длительном откачивании воздуха. В этом нет ничего удивительного, так как, если весь воздух выкачан, то внутри цилиндра не остается никакого вещества, которое могло бы находиться под растяжением, то есть нечего больше рассеивать.

Нечто другое происходит в том случае, если осуществить попытку вытягивать жидкость, например, воду, рис. 9.32. При этом поршень невозможно также легко вытянуть, как это было для газа. Причина этого состоит не в том, что внутри цилиндра нет напряжения растяжения, а в том, что опять здесь присутствует давление на поршень со стороны внешнего воздуха. Если тянуть поршень с достаточной силой, необходимой для преодоления внешнего давления, поршень наконец придет в движение. Однако, теперь видно, что жидкость при этом не расширяется, как это было для воздуха на рис. 9.29. Напротив того, здесь образуется какое-то подобие камеры (пузырь), в которой вообще нет воды в ее обычном виде. При этом речь не идет о воздушной прослойке. Откуда мог бы сюда прийти воздух? Действительно, эта камера практически пуста. Более точные эксперименты показывают, что в камере находится ничтожное количество водяного пара, то есть газообразной воды.

(Рис. 9.29. На поршень действует давление изнутри и снаружи. (а) Давление внутри и снаружи одинаково. (b) Давление снаружи больше, чем внутри. (бар))

(Рис. 9.30. Как бы далеко не вытягивать поршень, давление в цилиндре остается положительным. (бар))

(Рис. 9.31. Отрицательное давление не может быть получено даже с помощью вакуумного насоса. (вакуумный насос))

(Рис.9.32. В цилиндре находится вода. Если вытягивать поршень, то образуется пространство с водяным паром. (водяной пар))

Вернемся теперь к нашей кока-коле. При всасывании напитка через соломинку, из соломинки частично удаляется воздух. Значит давление воздуха в соломинке падает, а так как давление внешнего воздуха на кока-колу остается прежним, напиток поднимается по соломинке вверх. Следовательно, кока-кола не вытаскивается, а выдавливается наверх.

Совершенно аналогично работает всасывающий насос, рис. 9.33. Кажется, что насос вытягивает воду наверх. На самом деле насос только уменьшает наверху давление так, что внешний воздух выдавливает воду вверх.

(Рис. 9.33. Насос уменьшает на своем входе (положительное) давление. Вода, находящаяся под нормальным давлением воздуха выдавливается по трубе вверх.)

(Рис. 9.34. К заданию 2.)

(рис. 9.35. К заданию 3. (м))

Задания

1. Перевернутый стакан опущен на дно в сосуд с водой. Почему вода не заполняет стакан целиком?
2. Стакан удерживается под водой так, что он целиком наполнен водой. Затем стакан переворачивают под водой и

начинают поднимать, но не вынимают его полностью, рис. 9.34. Почему не вся вода выливается из стакана?

3. Каково давление воды в точке А на рис. 9.35? Каково давление воды в точке В? Что произойдет, если открыть кран?

9.9 Гидравлический перенос энергии

Теперь мы хотим понять, почему гидравлические машины очень практичны в применении.

Сначала мы исследуем простейшее гидравлическое устройство, которое только можно придумать для передачи энергии, рис. 9.36. Оно состоит из трубы с поршнями на ее обеих сторонах и жидкостью между этими поршнями. В качестве жидкости выберем воду, что не влияет на общность наших рассуждений. На практике обычно используется масло. Преимущество применения масла очевидно. Масло замерзает при значительно более низкой температуре, чем вода. Кроме того, поршни еще и смазываются этим маслом.

Если теперь левый поршень движется направо, производя давление, то одновременно начинает двигаться и правый поршень. Если правый поршень не нагружен и может свободно перемещаться, то почти никакой передачи энергии не происходит. Небольшая энергия, которую затрачивает левый поршень, идет на преодоление трения.

Нагрузим правый поршень так, чтобы стало тяжелее двигать левый поршень. Теперь левый поршень затрачивает энергию, которая снова появляется на правом поршне.

Мы хотим определить силу P потока энергии, движущегося слева направо, то есть выразить ее через другие легко

представимые величины. Мы задаем себе вопрос о силе потока энергии, которая протекает перпендикулярно через поперечное сечение S : сколько джоулей протекает в каждую секунду через это поперечное сечение?

Что касается переноса энергии, движущейся в трубе жидкостью, то это эквивалентно стержням. Запишем для стержня силу потока энергии

$$P = v * F$$

Здесь v является скоростью, с которой движется стержень, а F сила потока импульса в стержне.

Аналогичная формула может быть использована и для жидкостей. Тогда v представляет собой скорость, с которой движется жидкость. Силу потока импульса F можно выразить через давление p и площадь поперечного сечения трубы A :

$$F = A * p$$

Тогда сила потока энергии равна

$$P = v * A * p.$$

Это выражение очень удобно для практики, так как с его помощью можно вычислять силу потока энергии в любой точке трубы любой формы и любого диаметра.

Рассмотрим более сложную трубу, поперечное сечение которой от A_1 к A_2 увеличивается, рис. 9.37, и сравним силы потока энергии в точках 1 и 2. В точке 2 жидкость течет медленнее, чем в точке 1, то есть v_2 меньше v_1 . Нетрудно установить связь между этими скоростями.

Если левый поршень переместился на величину Δx_1 то это значит, что вправо переместилось количество жидкости объемом

$$\Delta V_1 = A_1 * \Delta x_1$$

Правый поршень должен получить такой же объем жидкости, который вытесняет левый поршень, то есть

$$\Delta V_1 = \Delta V_2$$

или

$$A_1 * \Delta x_1 = A_2 * \Delta x_2. \quad (1)$$

Если левый поршень движется равномерно в пределах отрезка Δx_1 и затрачивает на это перемещение время Δt , то скорость v_1 левого поршня равна

$$v_1 = \Delta x_1 / \Delta t \quad (2)$$

а скорость v_2 правого поршня

$$v_2 = \Delta x_2 / \Delta t \quad (3)$$

Разделив обе части равенства (1) на Δt , получаем

$$(\Delta x_1 / \Delta t) * A_1 = (\Delta x_2 / \Delta t) * A_2$$

Или с учетом выражений (2) и (3)

$$v_1 * A_1 = v_2 * A_2$$

Умножив теперь обе части последнего равенства на давление p жидкости, которое слева и справа одинаково, получим

$$p * v_1 * A_1 = p * v_2 * A_2 \quad (4)$$

Ранее мы видели, что сила потока энергии равна

$$P = v * S * p. \quad (5)$$

В выражении (4) слева сила потока энергии имеет индекс 1, а справа индекс 2, что свидетельствует о том, что произведения индексированных элементов равны: Энергия, втекающая

слева, и энергия, вытекающая справа, равны – результат, который не вызывает удивления.

Сила потока энергии на обеих сторонах трубы одинакова. Там, где поперечное сечение трубы меньше, скорость потока выше, а там, где поперечное сечение трубы больше, скорость потока ниже. Однако, поток энергии во всей трубе одинаков.

При анализе выражения (5) становится очевидным, что при необходимости передать в секунду больше энергии, следует иметь большее давление, большее поперечное сечение трубы и большую скорость. Все три указанные выше компоненты имеют, конечно определенные ограничения. Если давление, например, слишком высоко, то это может разорвать трубу или соединительные элементы. Трубы с большими поперечными сечениями довольно не практичны, а увеличение скорости потока увеличивает потери энергии из-за возрастания трения.

(Рис. 9.36. Перенос энергии посредством движущейся жидкости.)

(Рис. 9.37. Перенос энергии в трубе, поперечное сечение которой возрастает.)

(Рис. 9.38. В правом поршне течет более сильный поток импульса, чем в левом.)

(Рис. 9.39. Легко поднять автомобиль руками.)

(Рис. 9.40. Тяжело поднять автомобиль руками.)

Обычно на практике ищут разумный компромисс, при котором все недостатки остаются приемлемыми.

Рассмотрим типичный пример: Передачу энергии от насоса к грейферу экскаватора. Давление в трубах

экскаватора составляет около 150 бар = 15 МПа, площадь поперечного сечения труб $6 \text{ см}^2 = 0,0006 \text{ м}^2$, а скорость потока 0,5 м/с. Тогда, сила потока энергии равна

$$P = v * A * p$$

$$= 0,5 \text{ м/с} * 0,0006 \text{ м}^2 * 15 \text{ МПа} = 4500 \text{ Вт.}$$

Энергию можно также передавать с помощью гидравлических установок. Такие установки имеют дополнительные преимущества. С одним из них мы хотим познакомиться.

Сила потока импульса в поршне 1 на рис. 9.38 равна

$$F_1 = A_1 * p,$$

в поршне 2

$$F_2 = A_2 * p.$$

Из этих двух выражений следует

$$F_1/F_2 = A_1/A_2.$$

Следовательно, с помощью давления на левый поршень можно создать поток импульса через правый поршень, который в A_2/A_1 раз больше, чем в левом поршне. Это явление можно использовать при необходимости подъема тяжелых грузов, рис. 9.39. Тяжелый автомобиль может быть с помощью гидравлики поднят вручную. При этом нельзя забывать о том, что энергию таким способом не выиграть. Подъем автомобиля при применении гидравлики становится легче, чем в ручную при непосредственном подъеме автомобиля, рис. 9.40, однако длительность подъема этого автомобиля будет больше.

Задания

1. В патрубке гидравлического экскаватора действует давление 150 бар. Площадь поперечного сечения патрубка равна 5 см^2 , скорость потока масла в патрубке составляет 20 см/с. Какова транспортируемая энергия? Каков поток импульса в патрубке?

2. На входе водяной турбины действует давление 80 бар. Диаметр трубы составляет 1 м. Турбина получает в секунду энергию в количестве 12 МДж. Какова скорость воды в трубе?