220 Longitudinale und transversale Masse

Zusammenfassung

Manchmal wird neben Ruhemasse und relativistischer Masse noch eine longitudinale und eine transversale Masse eingeführt. Die beiden Größen sollen das Trägheitsverhalten eines Körpers charakterisieren, der sich mit relativistischer Geschwindigkeit bewegt. Wir meinen, dass man es bei der Ruhe- und der relativistischen Masse belassen sollte, und dass man darauf hinweist, dass diese bei relativistischen Bewegungen keine Maße für die Trägheit sind.

Gegenstand

Im Rahmen der Behandlung der Speziellen Relativitätstheorie wird manchmal eine longitudinale und eine transversale Masse eingeführt. Damit soll zum Ausdruck gebracht werden, dass die Trägheit eines Körpers in Bewegungsrichtung anders (größer) ist als quer dazu.

Mängel

Das Bedürfnis, zwei neue Massebegriffe einzuführen entsteht dann, wenn man darauf besteht, dass die Masse ein Maß für die Trägheit sein soll. In der Tat ist die Trägheit eines Körpers, der sich mit relativistischer Geschwindigkeit bewegt, in Bewegungsrichtung größer als quer dazu.

Hierzu zwei Bemerkungen:

1. Unabhängig davon, ob uns die Masse den Gefallen tut, die Trägheit zu messen oder nicht, wollen wir uns die Frage stellen, was man denn im Zusammenhang mit einem Bewegungsvorgang unter Trägheit verstehen sollte. Es ist vernünftig, die Trägheit T folgendermaßen zu definieren:

$$T := F/a \qquad (1)$$

und zwar immer, also nicht nur im Fall klassischer Bewegungen, bei denen die Kraft proportional zur Beschleunigung ist, bei denen also

$$T = m$$

ist.

Wir bringen Gleichung (1) noch in eine andere Form. Mit $a = dv/dt$ und $F = dp/dt$ wird

$$T := dp/dv$$

Die so definierte Trägheit sagt uns, wieviel Impuls dp man einem Körper zuführen muss, damit sich seine Geschwindigkeit um dv ändert.

Da man den relativistischen Zusammenhang zwischen p und v kennt, kann man die Trägheit leicht berechnen. Man findet für eine Impulsänderung in Vorwärtsrichtung

$$T_l(v) = \frac{m_0}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

und für eine quer dazu:

$$T_t(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Wir betrachten zunächst die Trägheit in Vorwärtsrichtung. Sie ist weder mit der Ruhemasse, noch mit der relativistischen Masse

$$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

identisch. Das ist leicht einzusehen, wenn man den $p(v)$-Zusammenhang betrachtet, Abb. 1. T ist durch die Steigung der Kurve, d.h., den Differentialquotienten dp/dv, gegeben, siehe die rote Tangente an die Kurve. Die relativistische Masse dagegen, ist gleich der Steigung der grünen Gerade. Nur am Anfang, in „klassischer Näherung" ist die Steigung dp/dv gleich p/v, und damit gleich der Ruhemasse, siehe die blaue Tangente.

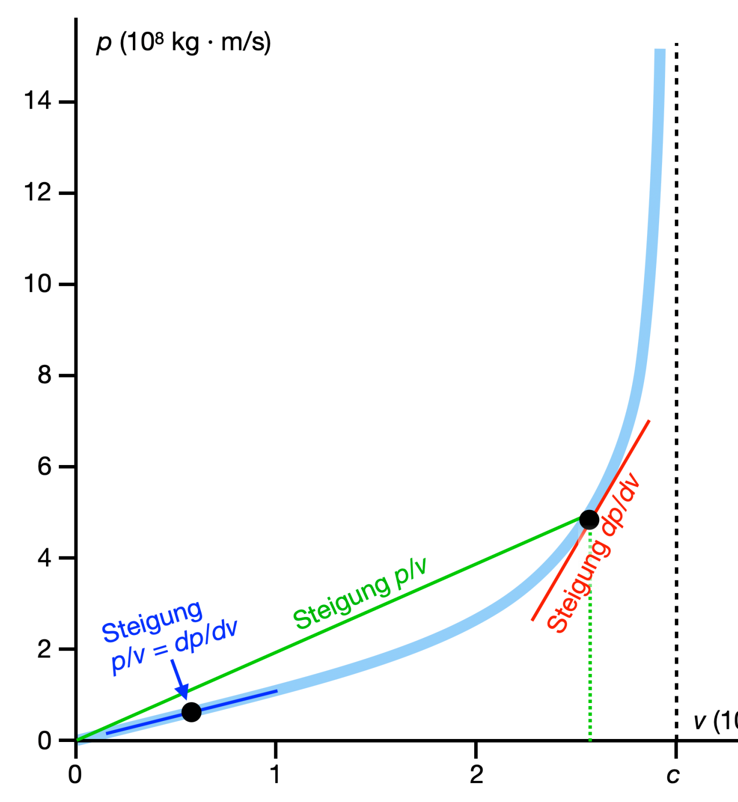

Abb. 1. Die Trägheit eines Körpers ist durch die Steigung der Funktion $p(v)$ gegeben. Sie ist geschwindigkeitsabhängig.

Nun zur Querträgheit: Sie ist die eines in Querrichtung ruhenden Körpers; der Körper bewegt sich nicht in die Querrichtung. Allerdings bedeutet das nicht, dass sie durch die Ruhemasse beschrieben wird, denn die Masse des Körpers hat auf Grund der hohen Längs-Geschwindigkeit zugenommen.

Kurzum: Die Trägheit ist eine Größe, die in einer gegebenen, ausgezeichneten Richtung einen größeren Wert hat, als in der hierzu orthogonalen Richtung oder in anderen Worten: Sie ist ein Tensor.

2. Sollen wir daraus schließen, dass es außer der Ruhemasse und der relativistischen Masse noch eine weitere, tensorielle Masse gibt? Die Frage ist schlecht gestellt. Es *gibt* eine physikalische Größe, wenn man sie einführt, wenn man sie definiert. Versuchen wir, die Frage besser zu stellen: Sollen wir außer der Ruhemasse und der relativistischen Masse noch eine tensorielle Trägheitsmasse einführen? Eine vorsichtige Antwort lautet: Man sollte es, wenn es zweckmäßig ist, wenn es sich lohnt. Und lohnt es sich? Die Antwort auf diese Frage lautet wohl eher: Nein.

Aber ist es nicht schade um die schöne Interpretation der Masse als universelles Maß für die Trägheit?

Schade vielleicht – aber warum soll es der Masse besser gehen als anderen physikalischen Größen? Erinnern wir uns:

- Wenn wir eine neue Theorie konstruieren oder erfinden, freuen wir uns, wenn die Variablen, die sie enthält, einfache, uns aus unserer Alltagserfahrung bekannte Eigenschaften messen. Meistens gelingt das aber nicht so recht. Man denke etwa an die Kraft, oder an die Wärme. Oder an die Temperatur, bei der man manchmal dadurch etwas nachhilft, dass man eine „gefühlte" Temperatur einführt.
- Unser Fall mit der Trägheit verhält sich auch ähnlich wie manche elektrische Größe. Der Widerstand charakterisiert einen Gegenstand, den man im Deutschen dummerweise auch „Widerstand" nennt. Wenn jemand sagt, der Widerstand habe einen Widerstand von 10 kΩ, so weiß man Bescheid. Nun geht das nur, wenn die Stromstärke zur Spannung proportional ist. Was aber, wenn nicht? Wie charakterisiert man zum Beispiel eine Halbleiterdiode? Da genügt es nicht, eine Zahl zu nennen. Man muss die U-I-Kennlinie angeben. Das Entsprechende gilt für die Kapazität. Und auch beim Trägheitsmaß sind wir in dieser Lage. Die Trägheit kann nicht durch eine einzige Zahl beschrieben werden; man braucht eine Kennlinie, Abb. 1.

Herkunft

Die Konzepte longitudinale und transversale Masse wurden 1899 von Lorentz eingeführt und sie wurden dann auch von Einstein 1905 aus seiner Relativitätstheorie berechnet. Seitdem geistern sie in der Physik herum, obwohl sie keinen erkennbaren Nutzen haben.

Entsorgung

Mit der Ruhe- und der relativistischen Masse gibt es genug Massen, ganz zu schweigen von der Möglichkeit, dass man konsequenterweise auch noch eine longitudinale und eine transversale Energie einführen könnte. Es entgeht einem nichts, wenn man die longitudinale und transversale Masse ignoriert. Man kann die Tatsache, dass ein Körper in Vorwärts- und in Querrichtung unterschiedlich träge ist, durchaus in einer Übungsaufgabe unterbringen, aber zwei neue Begriffe einzuführen, wäre etwas zu viel des Guten.

Alles, was es in diesem Zusammenhang zu verstehen gibt, ist in der Kurve der Abb. 1 enthalten. Noch klarer wird es, wenn man nicht, wie üblich, den Impuls über der Geschwindigkeit, sondern die Geschwindigkeit über dem Impuls aufträgt, Abb. 2, denn als unabhängige Variable wählt man tunlichst diejenige Größe, auf deren Werte man den direktesten Einfluss hat – und das ist nicht die Geschwindigkeit, sondern der Impuls. Wir treten aufs Gaspedal, sodass der Motor Impuls aus der Erde pumpt, und sehen am Tacho, welche Konsequenz das hat, d.h. welche Geschwindigkeit sich daraus ergibt.

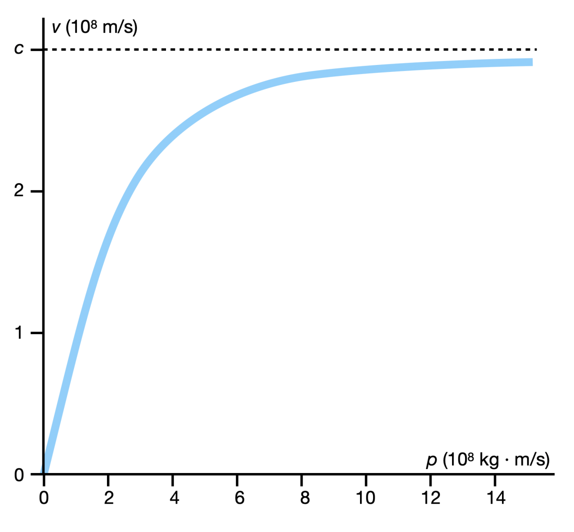

Abb. 2. Die Funktion $v(p)$ sagt uns alles über das Trägheitsverhalten eines Körpers.

Was wird dann aber aus der schönen Regel, dass die Masse ein Maß für die Trägheit ist? Nun ja, die müssen wir etwas relativieren: Sie misst eben die Trägheit nur, solange die Geschwindigkeit nicht zu groß ist. Nur für $v << c$ ist die Trägheit eine intrinsische Eigenschaft eines Körpers, und hängt nicht von seinem Zustand ab.