

202 Die Sinusbedingung der Optik

ZUSAMMENFASSUNG

Die Sinusbedingung lernt man kennen als eine von zahlreichen Komplikationen im Zusammenhang mit der Behandlung der optischen Abbildung durch Linsensysteme. Dass sie Ausdruck des 2. Hauptsatzes ist, und dass ihre Bedeutung weit über die abbildende Optik hinausreicht, ist nur schwer zu erkennen.

Gegenstand

Man lernt in der Schule, oft schon in Klasse 7, die Grundregeln der abbildenden Optik kennen. Dazu gehören die bekannten Regeln für die Konstruktion des Bildes eines Gegenstandes, evtl. auch die Linsengleichung.

In der Hochschulphysik lernt man es dann noch einmal ordentlich: mit dicken und dünnen Linsen, Linsenfehlern, Fermatprinzip und der Funktionsweise optischer Instrumente in allen Einzelheiten.

Eine von zahlreichen Regeln und Gesetzen, denen man dabei begegnet, ist die Sinusbedingung:

$$\Delta x_1 \cdot n_1 \sin \Delta \alpha_1 = \Delta x_2 \cdot n_2 \sin \Delta \alpha_2 \quad (1)$$

Sie bezieht sich auf zwei Schnittflächen 1 und 2 durch ein Lichtbündel. Δx ist die Querausdehnung des Lichtbündels und $\Delta \alpha$ der Winkelbereich der Lichtstrahlen in jedem Punkt der Schnittfläche. Die Gleichung sagt, dass das Produkt dieser beiden „Ausdehnungen“ für jeden Schnitt quer zur Achse eines Lichtbündels denselben Wert hat – vorausgesetzt, dass auf dem Weg vom ersten zum zweiten Schnitt keine Streuung stattfindet.

Mängel

Die Sinusbedingung wird eingeführt im Zusammenhang mit der mathematischen Beschreibung der optischen Abbildung, nachdem die Abbildung durch dünne und dicke Linsen behandelt wurde, nachdem Hauptebenen eingeführt, nachdem die Probleme bei achsenfernen Strahlen diskutiert, verschiedene Linsenfehler wie Astigmatismus und Bildfeldwölbung und deren Korrektur behandelt wurden. Sie wird hergeleitet nachdem eine scheinbar ähnliche Gleichung eingeführt worden war, nämlich die „Tangensbedingung“. Sie erscheint dem inzwischen schon etwas erschöpften Studenten als weiteres Detail einer durchweg geometrischen Behandlung der optischen Abbildung. Was er nicht ahnt, ist, dass er es hier mit einer Aussage ganz anderer Art zu tun zu hat.

Tatsächlich ist die Sinusbedingung nichts anderes als die Forderung, dass bei der ganzen Rechnerei auch der zweite Hauptsatz zu beachten ist: die Entropie des Lichts darf nicht abnehmen, während es durch die optische Anordnung läuft. Und wenn sich im Strahlengang kein Streuer befindet, muss sie sogar konstant bleiben.

Eine solche Aussage vermutet der Lernende hier gewiss nicht, denn in dem ganzen Kapitel schien es im Grunde gar nicht um Physik zu gehen, sondern nur um Geometrie und darum, sich in möglichst guter Näherung einer perfekten optischen Abbildung zu nähern. Es kam auch keine einzige wirklich physikalische Größe vor, sondern nur Abstände und Winkel, d.h. geometrische Größen.

Herkunft

Wie kam es überhaupt zu einer so ausführliche Beschäftigung mit der optischen Abbildung und mit Linsenfehlern?

Die Theorie der optischen Abbildung ist ein Stück angewandte Physik. Sie ist in dieser Hinsicht vergleichbar etwa mit der Elektrotechnik, der technischen Mechanik, der Hydrodynamik oder auch der Chemie.

Historisch hatte sich die Chemie schon früh selbständig gemacht; es folgten technische Mechanik, Elektrotechnik und Hydrodynamik. Die Optik dagegen blieb bei der Physik. Sie hat aber typische Züge einer technischen Disziplin: Es ging um die Berechnung von Linsensystemen. Und sie hat auch typische Züge der vordigitalen Zeit: der Zeit als man Linsensysteme nicht mit Raytracing-Methoden berechnen konnte. Ein Objektiv wie das Tessar erschien, wenn nicht als ein Kunstwerk, so doch als eine geniale Erfindung.

So wurde auch der Optik in mehrbändigen Experimentalphysikwerken ein ganzer Band gewidmet.

Die Sinusbedingung trat dabei nur als eine der Regeln auf, die die Qualität optischer Abbildungen einschränkte.

Entsorgung

Licht ist für die Demonstration des Wirkens der Thermodynamik besonders geeignet. Es ist in mancher Hinsicht geeigneter als das sonst so beliebte ideale Gas. Der Grund ist, dass die fehlende (oder geringe) Wechselwirkung zwischen den Teilchen des Lichts, und damit verbunden die Tatsache, dass man die Dissipation, also die Entropieerzeugung besser unter Kontrolle hat als bei materiellen Gasen. So kann man mit dem Licht besonders schön erläutern, dass sich die Entropie als Maß für die Unordnung interpretieren lässt.

Wir beschränken uns hier, der Kürze halber, auf die Betrachtung eines Lichtbündels, das von einer gleichmäßig leuchtenden Fläche ausgeht und von dem ein durch eine Eintrittspupille begrenzter Teil durch eine optische Anordnung hindurchläuft. Die Eintrittspupille stellt gewissermaßen unsere Systemgrenze dar. (Mit System meinen wir dabei das Licht – nicht die optische Anordnung.) Wir werden das Licht an verschiedenen Schnittflächen durch den Lichtstrom vergleichen. Damit es sich immer um das gleiche, durch die Eintrittspupille festgelegte System handelt, muss gesichert sein, dass in der Anordnung kein Licht absorbiert oder emittiert wird. Die optische Anordnung bestehe aus Objekten, an denen das Licht gebrochen und/oder reflektiert wird. Es braucht keineswegs eine optische Abbildung zu erzeugen, denn die Gültigkeit der Sinusbedingung geht weit über die abbildenden optischen Anordnungen hinaus.

Nun zu Gleichung (1): Δx ist ein Maß für die Ausdehnung des Lichtbündels in der x -Richtung, d.h. der Querrichtung; man kann auch sagen für seine Streuung, Unschärfe, Verschmierung oder Unordnung in x -Richtung. Entsprechung ist $\Delta \alpha$ ein Maß für die Verschmierung über die verschiedenen Winkel. Dass das Produkt aus beiden sich von Ort zu Ort (in z -Richtung) nicht ändert, kann man auch so ausdrücken: Man kann sich eine Vergrößerung der Ordnung im Ort nur durch eine Zunahme der Unordnung im Winkel erkaufen. Das hört sich an, als wäre ein Erhaltungssatz am Wirken – und das trifft auch zu. Es ist Ausdruck der Tatsache, dass die Entropie des Lichts beim Durchlaufen der optischen Anordnung konstant bleibt. Wenn sich unter den optischen Elementen eines befände, dass das Licht streut, so würde das Produkt zunehmen, in Übereinstimmung mit der Tatsache, dass auch die Entropie des Lichts zunimmt.

Um die Verbindung zur Entropie herzustellen, drückt man die Winkelunschärfe am besten durch die Streuung der x -Komponente des k -Vektors aus:

$$\Delta k_x = n \cdot k \cdot \sin \Delta \alpha$$

(Das n kommt vom Brechungsgesetz).

Dann wird aus Gleichung (1)

$$\Delta x_1 \cdot \Delta k_{x1} = \Delta x_2 \cdot \Delta k_{x2}$$

und man erkennt zwei Komponenten des sechsdimensionalen Phasenraums (des μ -Phasenraums), oder zwei Faktoren, die zum sechsdimensionalen Volumen des Lichts im Phasenraum beitragen. Aus diesem Phasenraumvolumen berechnet sich die Entropie.