

196 Herleitung und Verständnis

ZUSAMMENFASSUNG

Weder eine Herleitung, noch ein Experiment führen zwangsläufig zum Verständnis eines physikalischen Zusammenhangs. Die Aussage der Formel selbst ist das was diskutiert und verstanden werden muss.

Gegenstand

Bei der Betreuung von Diplom-, Staatsexamens-, Bachelor- und Masterarbeiten habe ich die Beobachtung gemacht, dass die Studierenden gern etwas „herleiten“; als Wissenschaftstheoretiker würde man sagen, sie lieben es zu deduzieren.

Die Tendenz ist auch im Unterricht der Schule ausgeprägt: eine neu einzuführende Beziehung zwischen physikalischen Größen muss hergeleitet oder aus einem Experiment erschlossen werden.

Mängel

Es geht mir hier nicht um Wissenschaftstheorie, sondern um etwas Bescheideneres: Wie kommt man am besten zum Verständnis eines Zusammenhangs zwischen physikalischen Größen, oder kurz: zum Verständnis einer Formel?

Es entsteht oft der Eindruck, dass es das Hauptanliegen des Physikunterrichts sei, die Gültigkeit einer Formel zu *beweisen*. Damit, so scheint es, hat man seine Pflicht getan; ich meine die Pflicht, etwas verständlich zu machen.

Den „Beweis“ kann man auf zweierlei Art erbringen: 1. durch Herleiten der Formel, 2. durch Prüfen in einem Experiment.

Nun kann ich auf Grund meiner jahrzehntelangen Erfahrung im Umgang mit den Problemen von Studentinnen und Studenten berichten, dass mit dem Beweis einer Formel ein Verständnis noch keineswegs erreicht sein muss. In vielen Fällen ist es so, dass trotz der Herleitung die Lernenden noch nicht das geringste Verständnis der betrachteten Formel haben. Ja, es passiert sogar, dass sie außer der Herleitung, weder das Hergeleitete, noch das, aus dem hergeleitet wurde, verstanden haben. Sie haben also nichts verstanden außer dem Rechenweg.

Hinzu kommt, dass in vielen Fällen die Herleitung schwerer zu verstehen ist, als das Hergeleitete (so wie das Smartphone oder das Auto leichter zu verstehen ist als sein Herstellungsprozess).

Und wenn der Herleitungsprozess zu schwierig ist, so verzichtet man leider in der Schule auf das Thema ganz und gar, obwohl das Ergebnis der Herleitung leicht verstanden werden könnte. Ein Beispiel hierfür ist die Fourierzerlegung. Der Beweis des Verfahrens ist für die Schule zu kompliziert, daher kommt die Fourierzerlegung im Unterricht der Schule nicht vor. Wenn man aber mit Hilfe einer einfachen Computer-App das Verfahren anwendet, so kann die Fourierreihe schon in der Mittelstufe verstanden werden.

Natürlich ist es befriedigend, etwa die ganze Elektrodynamik aus den Maxwellgleichungen herzuleiten. Das Streben der Physiktreibenden nach Axiomatik, also nach dem Herleiten aller Formeln aus einigen wenigen, die uns die Natur anscheinend begründungslos vorsetzt, ist menschlich verständlich. Es ist verwandt mit dem Streben nach „first principles“, letzten Wahrheiten, elementarsten Teilchen, endgültigsten Gleichungen.

Hier die Zügel etwas locker zu lassen bedeutet nicht, dass man die Physik ihrer Exaktheit beraubt. Die Formel, die wir einfach an die Tafel schreiben und deren Aussage wir plausibel machen, ist eine mathematische Beziehung, sie ist exakt in dem von uns gewünschten Sinn.

Herkunft

Man kann verschiedene Ursachen vermuten:

1. Das Rechnen nimmt einem das Denken ab. Eine Rechnung nachzuvollziehen ist bequemer als sich das Verständnis der Physik hinter einer Formel zu erarbeiten.

2. Auch auf die Gefahr hin, den Zorn meiner Kollegen mit der Fächerkombination Mathe/Physik zu erregen: Ich befürchte, manche von ihnen sind durch ihr zweites Fach, die Mathematik, darauf getrimmt, das Beweisen als die wichtigste wissenschaftliche Tätigkeit zu betrachten.

3. Bis vor nicht allzu langer Zeit – ich meine, solange es noch keine Computer gab – war die analytische Rechnung das wichtigste Werkzeug für die exakte Beschreibung physikalischer Sachverhalte. Der Analysis als Werkzeug der Physik könnte es aber bald ähnlich gehen, wie schon früher der Geometrie. Zu Zeiten Galileos galt die Geometrie als einziges zuverlässiges Mittel zur exakten Beschreibung einer physikalischen Erscheinung. („Wer die Geometrie begreift, vermag in dieser Welt alles zu verstehen“ oder „Die Natur spricht die Sprache der Mathematik: Die Buchstaben dieser Sprache sind Dreiecke, Kreise und andere mathematische Figuren.“) Das hat sich, nachdem Newton die Differentialrechnung eingeführt hatte, gründlich geändert.

Man könnte mit Kant einwenden „...in jeder reinen Naturlehre [sei] nur soviel an eigentlicher Wissenschaft enthalten, als Mathematik in ihr angewandt werden kann.“ Das trifft gewiss zu, aber Mathematik ist eben nicht einfach nur Herleitung von einem aus dem anderen.

4. Im Physikunterricht wird traditionell Wert darauf gelegt, dass nichts Unbewiesenes gesagt wird. Bei Pohl, den die Älteren unter uns noch von seinen klassischen Lehrbüchern zur Experimentalphysik her kennen, war dieses Betreiben schon fast obsessiv. Der Dozent durfte im Hörsaal nichts sagen, was er nicht durch ein Experiment demonstriert hatte. Nun ist die Frage, ob die Studierenden im Hörsaal bei jeder neuen Aussage an deren Glaubwürdigkeit zweifeln. Schließlich gibt der Ruf der Physik keinen Anlass dazu, im Gegensatz zu etlichen anderen Schul- und Studienfächern, in denen eine Denkschule, Mode oder Ideologie die andere ablöst, und wo man mit Herleitungen oder Experimenten kaum aufwarten kann.

Entsorgung

Das Wichtigste bei der Einführung einer neuen Formel: Die Formel selbst diskutieren, so dass bei den Schülerinnen und Schülern am Ende der Eindruck entsteht, die hätten sie auch selbst gleich hinschreiben können.

Hierzu ein einfaches Beispiel aus der Schule: die Formel

$$E_{\text{kin}} = \frac{m}{2} v^2$$

für die kinetische Energie. Die Herleitung aus einer anderen, bekannten, vertrauten Gleichung, etwa aus

$$\Delta E = F \cdot \Delta s$$

ist verwickelt, da man integrieren muss, und die Integralrechnung vielleicht noch nicht zur Verfügung steht. Außerdem entspricht der Integration ein physikalischer Prozess, der im Endergebnis gar keine Rolle mehr spielt.

Tatsächlich kann man sich die Gleichung, oder wenigstens ihren wesentlichen Teil, mit etwas physikalischem Verständnis ohne Rechnung beschaffen. Zunächst stellt man fest, dass der Energiebeitrag, den man sucht, von der Masse und der Geschwindigkeit, und von nichts anderem abhängt. Dann überzeugt man sich leicht, dass die Energie proportional zur Masse sein muss, denn die Energie ist eine mengenartige (extensive) Größe, und daher muss auf der rechten Seite der Gleichung auch eine mengenartige Größe in der ersten Potenz stehen. (Zwei Körper mit der gleichen Masse müssen bei gleicher Geschwindigkeit doppelt so viel kinetische Energie haben wie ein einziger.) Schließlich die Abhängigkeit von v . Die Energie ist gewiss unabhängig von der Richtung der Bewegung, oder in einer Dimension vom Vorzeichen der Geschwindigkeit. Die einfachste Funktion, die dafür sagen kann, ist v^2 . Sogar für den Faktor $1/2$ gibt es ein Argument. Falls nämlich schon andere Energieformeln diskutiert worden sind, hat man diesen Faktor schon einmal oder öfter angetroffen: bei der Energie, die beim Spannen einer Feder gespeichert wird, bei der Energie im Kondensator oder in der Spule.

Und noch eine Empfehlung für das Herleiten an der Universität, wo die Zahl der Rechenschritte erheblich größer sein kann: Man versuche, jedes Zwischenergebnis zu interpretieren, denn auch jedes Zwischenergebnis macht eine physikalische Aussage.

Schließlich noch eine Alternative zum Herleiten: Modellbildungssysteme. Sie werden meiner Meinung nach zu wenig im Physikunterricht eingesetzt. Der Umgang mit ihnen ist schnell zu lernen. Sie verschaffen ein gutes Verständnis und führen zu einem logischen Durchdringen physikalischer Vorgänge, indem sie uns die Rechnerei abnehmen.

Ich muss in diesem Zusammenhang auch an mein eigenes Studium denken: an die Vorlesung über analytische Mechanik an der Technischen Hochschule Karlsruhe von Fritz Weidenhammer, der damals mein Vorbild war, schon als ich noch nicht ahnte, dass ich selbst einmal Lehrer werden sollte. Wenn er für eine Weile unsere volle Aufmerksamkeit in Anspruch genommen hatte und eine Rechenphase beginnen sollte, sprach er die beruhigenden Worte: „Es rechnet von selbst“ – womit er meinte: „Jetzt könnt Ihr euren Lernprozessor auf Standby schalten.“ Ich glaube besser kann man die Rolle des Rechnens für den Lernprozess nicht charakterisieren.