

# 164 Die Adiabategleichungen

## ZUSAMMENFASSUNG

Obwohl man isentrope Prozesse aus dem Alltag gut kennt und obwohl sie in der Natur und für die Technik besonders wichtig sind, werden sie oft so dargestellt, als handele es sich, im Vergleich zu den isothermen, um die komplizierteren Prozesse. Das muss nicht sein.

## Gegenstand

Für reversible adiabatische Prozesse eines idealen Gases gelten die Adiabategleichungen

$$p \cdot V^\gamma = \text{const}$$

$$T \cdot V^{\gamma-1} = \text{const}$$

$$T \cdot p^{\frac{1}{\gamma-1}} = \text{const}$$

Hier ist  $\gamma$  der Quotient der Wärmekapazitäten bei konstantem Druck und bei konstantem Volumen,

$$\gamma = c_p/c_v.$$

## Mängel

Im Prinzip ist alles in Ordnung. Nur: Welche Idee von den angesprochenen Prozessen kommt bei den Studierenden an?

1. Für ein ideales Gas konstanter Stoffmenge, d.h. ein typisches thermodynamisches System, lautet die Gibbs'sche Fundamentalform

$$dE = TdS - pdV, \tag{1}$$

das System hat also zwei Freiheitsgrade.

Man lernt, dass man die Thermodynamik der Gase besser versteht, wenn man nicht an allen Variablen gleichzeitig dreht. Man betrachtet also gern Prozesse, bei denen man eine der fünf auftretenden Variablen konstant hält. Damit reduziert man das System auf einen Freiheitsgrad. Den entsprechenden Prozessen hat man eigene Namen gegeben: isotherm, isobar, isochor, isoenergetisch und...? Adiabatisch!

„Adiabatisch“ bedeutet bekanntlich etwa „unüberschreitbar“. Statt die Größe zu benennen, die man bei dem Prozess konstant hält, nämlich die Entropie, also statt den Prozess isentrop zu nennen, sagt uns der Name, wie man es anstellen soll, damit die Entropie konstant bleibt: man muss die Wände undurchdringlich für die Wärme zu machen. Man entgegne nicht, isentrop sei ja etwas anderes als adiabatisch, denn man kann einen adiabatischen Prozess realisieren, bei dem Entropie erzeugt wird, der also nicht isentrop ist, und man kann einen isentropen Prozess ausführen, bei dem die Wände nicht wärmeisolierend sind. Diese Bemerkungen sind zwar richtig, aber gebraucht und benutzt wird der Begriff adiabatisch praktisch nur für die Prozesse, die gleichzeitig adiabatisch und isentrop sind.

2. Man kann eine große Zahl Koeffizienten, die ein System charakterisieren, definieren und messen. Im Fall des Systems von Gleichung (1) sind es die Kompressibilität bei konstanter Temperatur, die Kompressibilität bei konstanter Entropie, der Volumenausdehnungskoeffizient, der Druckkoeffizient, die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck und konstantem Volumen, und andere, die keine eigenen Namen haben. Nur drei davon sind unabhängig voneinander; die anderen können aus diesen berechnet werden. Für den Unterricht (an Schule und Hochschule) stellt sich nicht nur die Frage, welche dieser Koeffizienten man einführt, sondern auch wie man sie einführt. Stellt man einen bestimmten Koeffizienten vor als Repräsentanten einer bestimmten Eigenschaft des Systems, oder als einen Ausdruck, dessen Bedeutung sich einem nur erschließt, wenn man ihn auf andere Koeffizienten zurückführt? Letzteres macht man, wenn es um das  $\gamma$  in der „Adiabategleichung“ geht. Auf die Frage: „Welches ist die Bedeutung von  $\gamma$ “ lautet die Antwort: der Quotient aus spezifischer Wärme bei konstantem Druck und spezifischer Wärme bei konstantem Volumen. Nun ist es schon nicht ganz einfach, sich eine anschauliche Vorstellung von  $c_p$  und  $c_v$  einzeln zu bilden. Was soll man sich aber unter ihrem Quotienten vorstellen?

3. Man kann auf zwei extreme Arten über die thermischen Variablen verfügen: entweder man hält die Temperatur konstant, indem man einen perfekten Entropieaustausch mit der Umgebung zulässt, oder man hält die Entropie konstant, indem man den Entropieaustausch vollständig unterbindet [1]. Diese beiden Situationen sind komplementär, sie sind von gleicher Wichtigkeit und sie sollten in einem gemeinsamen Kontext diskutiert werden. So laufen Prozesse in kleinen Systemen vorzugsweise isotherm ab, in großen isentrop. Je kleiner das System, desto näher ist man am isothermen Grenzfall, je größer, desto näher am isentropen. Ebenso gilt: Je langsamer, desto näher ist man am isothermen, je schneller, desto näher am isentropen Grenzfall; also als Regel: Klein und langsam  $\rightarrow$  isotherm; groß und schnell  $\rightarrow$  isentrop. Auf mikroskopischer Skala ist alles isotherm, auf makroskopischer ist alles isentrop. „Kleine Fische sind isotherm, große isentrop.“ Wetterphänomene sind großskalig, sie sind weitgehend isentrop.

4. Diejenige Adiabategleichung, die gewöhnlich an erster Stelle steht, siehe oben, ist die uninteressanteste, denn die  $p$ - $V$ -Zusammenhänge des Gases bei einem isothermen und einem isentropen Prozess unterscheiden sich nur wenig. Viel interessanter sind die zweite und die dritte, die man aber am besten noch anders schreibt. Mit

$$\alpha = \frac{1}{\gamma - 1}$$

wird nämlich

$$V \cdot T^\alpha = \text{const} \tag{2}$$

sowie

$$p \cdot T^{-(1+\alpha)} = \text{const} \tag{3}$$

Gleichung (2) sagt uns etwa, dass und wie sich ein Gas beim Entspannen abkühlt und Gleichung (3) sagt uns, dass die Luft in großer Höhe, wo der Druck niedriger ist, kälter ist. Einige Werte von  $\alpha$  sind in der Tabelle aufgeführt.

	$\alpha$
Luft	2,5
Wasserdampf	3,3
Kohlenstoffdioxid	3,4
Helium	1,5
Licht	3,0

In unserer natürlichen und technischen Umwelt sind die isentropen Prozesse die wichtigeren. Sie sind das, was man in einer Wärmekraftmaschine anstrebt und auch weitgehend erreicht, und sie sind bei Wetterphänomenen die maßgeblichen Prozesse.

5. Wenn man den Exponenten in Gleichung (2) über die Wärmekapazitäten definiert, erscheint das Verhalten eines Gases bei isentroper Kompression als ein unanschaulicher Vorgang. Dass sich ein Gas so verhält kann man aber leicht verständlich machen, ohne auf die Wärmekapazitäten Bezug zu nehmen: Beim Zusammendrücken des Gases wird auch die Entropie „komprimiert“, die Entropiedichte wird erhöht. Es ist aber eine allgemeine Erfahrung, dass der Wert der intensiven Größe ansteigt, wenn die Dichte der extensiven erhöht wird.

## Herkunft

Die Entropie-Berührungsängste wirken sich auch auf die Behandlung der isentropen Prozesse aus.

## Entsorgung

Man führt die Gleichungen

$$V \cdot T^\alpha = \text{const}$$

und

$$p \cdot T^{-(1+\alpha)} = \text{const}$$

ein. Den Exponenten begründet man nicht über die spezifischen Wärmen. Die Gleichungen sagen uns, wie stark die Temperatur auf eine Volumen- bzw. Druckänderung reagiert.

[1] G. Job, *Die Temperaturschichtung der Atmosphäre*, Altlasten der Physik, Aulis Verlag Deubner (2002), Köln, S. 117