Altlasten der Physik (49)

Resonanzfrequenz und Eigenfrequenz

Gegenstand:

Bei der Behandlung von erzwungenen Schwingungen wird darauf hingewiesen, dass die Resonanzfrequenz nicht genau, sondern nur näherungsweise mit der Eigenfrequenz des Resonators übereinstimmt.

Mängel:

Man weiß nicht so recht, was man mit der Aussage anfangen soll. Anscheinend hat es die Natur nicht geschafft, die Schwingungen so einzurichten, wie es vernünftig wäre. Wir lernen zunächst, dass Resonanz auftritt, wenn der Schwinger im Takt mit dem Erreger ist. Die Erscheinung besteht darin, dass der Schwinger mit dem anregenden System kräftig mitschwingt. Als wollte man das Spiel verderben, wird uns dann eröffnet, dass Resonanz-und Eigenfrequenz nicht genau übereinstimmen. Ist dann aber die Vorstellung, die wir uns von dem Vorgang gemacht haben, überhaupt noch richtig? Es entsteht ein Unbehagen.

Die Unstimmigkeit lässt sich leicht auflösen: Resonanz bedeutet, dass die Energie, die der Schwinger absorbiert und dissipiert, ihr Maximum hat. Wegen

$$P = \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{F}_0$$

liegt dieses Maximum an derjenigen Stelle auf der Frequenzachse, bei der auch das Geschwindigkeitsmaximum liegt. (Wir nehmen an, dass der Erreger eine konstante Kraftamplitude $\boldsymbol{F}_0$ liefert. Das Argument läuft völlig analog, wenn der Erreger eine konstante Geschwindigkeitsamplitude erzeugt.) Das Maximum der Geschwindigkeitsamplitude liegt nun tatsächlich genau bei der Eigenfrequenz. Das Maximum der Ortsamplitude muss dann natürlich an einer anderen Stelle liegen, und das der Beschleunigungsamplitude wieder an einer anderen.

Aus

$$x(t) = x_0(\omega) \cdot \sin(\omega t)$$

folgt

$$\dot{x}(t) = \omega \cdot x_0(\omega) \cdot \cos(\omega t) = v_0(\omega) \cdot \cos(\omega t)$$

und

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 \cdot x_0(\omega) \cdot \sin(\omega t) = a_0(\omega) \cdot \sin(\omega t)$$

Wenn die Geschwindigkeitsamplitude $v_0(\omega) = \omega \cdot x_0(\omega)$ an einer Stelle ω_{Res} ein Maximum hat, so hat im Allgemeinen weder die Ortsamplitude $x_0(\omega)$, noch die Beschleunigungsamplitude $a_0(\omega) = -\omega^2 \cdot x_0(\omega)$ ein Maximum an dieser Stelle. Die scheinbar falsche Lage des Resonanzmaximums kommt also dadurch zustande, dass man die falsche Größe betrachtet. Man kann offenbar zahlreiche andere Größen als Funktion der Kreisfrequenz auftragen und wird das Maximum der Funktion an den verschiedensten Stellen finden. Man wird daraus aber sicher nicht schließen, dass der Resonanzvorgang, je nach betrachteter Größe, bei einer anderen Frequenz stattfindet.

Herkunft:

Vermutlich unsere Neigung, das, was wir mit den Augen sehen, in den Vordergrund zu stellen. Wir haben uns daran gewöhnt, ein mechanisches Problem dann als gelöst zu betrachten, wenn wir die Bahnen der Körper berechnet haben, d. h. den Ort als Funktion der Zeit. Wir müssen uns aber immer wieder belehren lassen, dass in der Mechanik die dynamischen Größen Impuls und Energie die fundamentaleren Größen sind.

Entsorgung:

Man definiere die Resonanz nicht über die Ortsamplitude, d. h. das Augenscheinliche. Nicht das Maximum der Ortsamplitude sagt, uns was Resonanz ist, sondern die vom Schwinger absorbierte Energie.

F. H.